

THESE

Présentée par Mustapha CHEURFA

pour obtenir le titre de

Docteur

**DE L'ECOLE DES MINES DE SAINT ETIENNE ET DE L'UNIVERSITE JEAN
MONNET DE SAINT ETIENNE.**

Spécialité : Génie Industriel

Gestion des ressources humaines en production cyclique

Soutenue publiquement le 28 février 2005

Composition du jury :

Pierre BAPTISTE	Codirecteur de thèse
Fayez Fouad BOCTOR	Membre invité
Jean Pierre CAMPAGNE	Directeur de thèse
Alexandre DOLGUI	Président de jury
Yannick FREIN	Rapporteur
Frédéric GRIMAUD	Directeur de recherche
Hervé PINGAUD	Rapporteur

PPN 087755939
EPN 233975683

ECOLE SUPERIEURE DES MINES DE SAINT ETIENNE

N° d'ordre : 360 GI

THESE

Présentée par Mustapha CHEURFA

pour obtenir le titre de

Docteur

**DE L'ECOLE DES MINES DE SAINT ETIENNE ET DE L'UNIVERSITE JEAN
MONNET DE SAINT ETIENNE.**

Spécialité : Génie Industriel

Gestion des ressources humaines en production cyclique

Soutenue publiquement le 28 février 2005

Composition du jury :

Pierre BAPTISTE	Codirecteur de thèse
Fayez Fouad BOCTOR	Membre invité
Jean Pierre CAMPAGNE	Directeur de thèse
Alexandre DOLGUI	Président de jury
Yannick FREIN	Rapporteur
Frédéric GRIMAUD	Directeur de recherche
Hervé PINGAUD	Rapporteur

THESE PREPAREE EN COLLABORATION AVEC LE DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES ET DE
GENIE INDUSTRIEL DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE MONTREAL, QUEBEC, CANADA



Remerciements

Je tiens d'abord à remercier mes directeurs de thèse les professeurs Jean Pierre CAMPAGNE -Institut National des Sciences Appliquées de Lyon- et Pierre BAPTISTE - Ecole Polytechnique de Montréal- pour la confiance qu'ils m'ont témoignée. Je les remercie pour tous les critiques et conseils enrichissants dont ils m'ont fait bénéficier.

Je remercie également Frédéric Grimaud -maître assistant à l'Ecole des Mines de Saint Etienne- de m'avoir co-encadré durant ma présence à l'école des mines. Je n'oublie pas de le remercier pour ses précieux conseils et orientations.

Un merci particulier à Pierre BAPTISTE, à qui je dois toute ma reconnaissance, pour l'accueil chaleureux qu'il m'a réservé au sein de son équipe, pour son soutien et orientations, et surtout pour toutes les bonnes conditions de travail qu'il a entièrement mis à ma disposition.

Mes remerciements vont par ailleurs à :

- Messieurs les professeurs Yannick FREIN- Institut National Polytechnique de Grenoble- et Hervé PINGAUD- Ecole des Mines d'Albi- pour avoir accepté de rapporter ma thèse et pour leurs critiques fructueuses;

- Monsieur Alexandre DOLGUI, professeur de l'Ecole des Mines de Saint Etienne, pour avoir accepté de présider mon jury de soutenance et pour son accueil au sein de son équipe de recherche;

- Monsieur Fouad Favez BOCTOR, professeur à l'université Laval (Québec), pour avoir accepté de faire partie de mon jury et pour tous ses commentaires pertinents lors de ma soutenance.

Mes vifs remerciements vont à toutes les personnes que j'ai rencontrées, tant à l'école de Mines de Saint Etienne qu'à l'Ecole Polytechnique de Montréal, et qui m'ont témoignées de leurs sympathies.

Enfin, je tiens remercier tous ceux qui m'ont suivi de près ou de loin pendant ces années et qui ont, par leur présence, permis que cette thèse aboutisse. Je pense notamment à Abdelhak, Louiza et sa famille.

Dédicace

*A la mémoire de ma mère,
A mon père,
A mes sœurs et frères,
A mes grands parents,
A ma famille,*

Je dédie ce travail.

TABLE DES MATIERES

RESUME	11
INTRODUCTION GENERALE.....	13
PARTIE I : LE CONTEXTE DE L'ETUDE	17
CHAPITRE 1 : PROBLEMATIQUE DE RECHERCHE	19
1.1. <i>Le contexte général</i>	20
1.2. <i>Objet de l'étude</i>	23
1.3. <i>Problématique de recherche</i>	26
CHAPITRE 2 : ETAT DE L'ART	30
2.1. <i>Etat de l'art sur la production cyclique</i>	31
2.1.1. Définitions	31
2.1.2. Intérêts de la production cyclique.....	31
2.1.3. Niveaux de supervision d'un système de production cyclique.....	32
2.1.4. Construction d'un plan de production cyclique.....	35
2.2. <i>État de l'art sur la gestion quantitative des ressources humaines</i>	38
2.2.1. Définition du problème d'ordonnancement des ressources humaines	39
2.2.2. Différentes étapes de résolution d'un problème d'ordonnancement des ressources humaines.	40
2.2.3. Techniques de résolution du problème d'ordonnancement des ressources humaines.....	42
2.2.4. Ressources humaines et compétences	43
2.2.5. Ressources humaines comme levier de flexibilité.....	45
2.2.6. Ressources humaines et productivités des équipements.....	46
CONCLUSION	47
PARTIE II : MODELISATION DES RESSOURCES HUMAINES EN ORDONNANCEMENT D'ATELIER.....	49
CHAPITRE 3 : PROPOSITION D'UNE MODELISATION DES RESSOURCES HUMAINES EN ORDONNANCEMENT D'ATELIER	51
3.1. <i>Introduction</i>	52
3.2. <i>Définitions</i>	52
3.2.1. Poste de charge	54
3.2.2. Configuration d'atelier	56
3.2.3. Affectation des opérateurs	58
3.3. <i>Impact des ressources humaines sur les productivités des machines</i>	60
3.3.1. Impact de l'activation des postes de charge sur les productivités des machines	61
3.3.2. Impact des configurations d'atelier sur les productivités des machines.....	63
3.3.3. Impact des affectations des opérateurs sur les productivités des machines	63
3.4. <i>Problème d'ordonnancement d'atelier</i>	66
3.4.1. Limitations du modèle	66
3.4.2. Graphe des configurations d'atelier.....	67
3.4.3. Définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier	73
3.5. <i>Nature du graphe des configurations</i>	78

3.5.1. Cas général : postes de charge composés d'une combinaison quelconque de machines	80
3.5.2. Cas particulier 1 : un opérateur peut superviser deux machines successives simultanément.....	87
3.5.3. Cas particulier 2 : un opérateur supervise un nombre quelconque de machines successives	89
CONCLUSION	92
PARTIE III : MODELISATION DES RESSOURCES HUMAINES EN PRODUCTION CYCLIQUE.....	93
CHAPITRE 4 : ETUDE DU PROBLEME D'EXISTENCE POUR LE MODE DE CHANGEMENT PERIODIQUE	99
4.1. <i>Introduction</i>	100
4.2. <i>Formulation mathématique</i>	101
4.3. <i>Complexité du problème</i>	102
4.3.1. Instance particulière du problème Ψ	103
4.3.2. Complexité de l'instance particulière du problème Ψ	104
4.4. <i>Modélisation mathématique du problème d'existence</i>	108
4.5. <i>Approche par programmation dynamique</i>	113
4.5.1. Principe d'une approche de type programmation dynamique	114
4.5.2. Adaptation de l'approche de type programmation dynamique	116
4.5.3. Filtres	119
4.5.4. Analyse de l'approche	119
CHAPITRE 5 : ETUDE DU PROBLEME D'EXISTENCE POUR LE MODE DE CHANGEMENT SUR EVENEMENT	123
5.1. <i>Introduction</i>	124
5.2. <i>Formulation mathématique</i>	125
5.3. <i>Complexité du problème</i>	126
5.3.1. Instance particulière du problème Ω	127
5.3.2. Complexité de l'instance particulière du problème Ω	128
5.4. <i>Modélisation mathématique du problème d'existence</i>	133
5.5. <i>Adaptation de l'approche de type programmation dynamique</i>	139
5.5.1. Définitions	140
5.5.2. Démarche	143
5.5.3. Filtres	145
5.5.4. Analyse de l'approche	146
CHAPITRE 6 : ETUDE DU PROBLEME D'EXISTENCE POUR LE MODE DE CHANGEMENT LIBRE	149
6.1. <i>Introduction</i>	150
6.2. <i>Formulation mathématique</i>	151
6.3. <i>Complexité du problème pour le cas de durées rationnelles</i>	153
6.3.1. Instance particulière du problème Θ	155
6.3.2. Complexité de l'instance Θ	156
6.4. <i>Modélisation mathématique du problème</i>	159
6.5. <i>Cas particulier</i>	163
6.6. <i>Condition d'existence en mode de changement libre</i>	167
CONCLUSION	169
CONCLUSION GENERALE.....	171

ANNEXE A : GENERATEUR DE JEUX D'ESSAIS POUR LE MODE DE CHANGEMENT PERIODIQUE	175
ANNEXE B : GENERATEUR DE JEUX D'ESSAIS POUR LE MODE DE CHANGEMENT SUR EVENEMENT	185
BIBLIOGRAPHIE	205

LISTE DES FIGURES

FIGURE 1. 1. PLAN DE PRODUCTION CYCLIQUE.....	22
FIGURE 1. 2. CHEVAUCHEMENT ENTRE CYCLES DE PRODUCTION	22
FIGURE 1. 3. CYCLE DE PRODUCTION	23
FIGURE 1. 4. REALISATION DU PLAN DE PRODUCTION CYCLIQUE AVEC C1.....	25
FIGURE 1. 5. REALISATION DU PLAN DE PRODUCTION CYCLIQUE AVEC C2.....	26
FIGURE 3. 1. POSTES DE CHARGE.....	55
FIGURE 3. 2. CONFIGURATIONS D'ATELIER.....	57
FIGURE 3. 3. AFFECTATIONS DES OPERATEURS.....	59
FIGURE 3. 4. AFFECTATIONS DES OPERATEURS POSSIBLES	59
FIGURE 3. 5. CYCLES DE TRAVAIL DES DEUX MACHINES	61
FIGURE 3. 6. MOUVEMENTS POSSIBLES D'UN OPERATEUR ENTRE LES MACHINES	62
FIGURE 3. 7. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER MODE DE CHANGEMENT CALENDRAIRE	68
FIGURE 3. 8. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER EN MODE DE CHANGEMENT SUR EVENEMENT	69
FIGURE 3. 9. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER EN MODE DE CHANGEMENT LIBRE	70
FIGURE 3. 10. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER EN MODE DE CHANGEMENT LIBRE ...	70
FIGURE 3. 11. FREQUENCES POTENTIELLES DE CHANGEMENT DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	71
FIGURE 3. 12. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	84
FIGURE 3. 13. GRAPHE DES CONFIGURATION D'ATELIER	86
FIGURE 3. 14. GRAPHE DES CONFIGURATION D'ATELIER	87
FIGURE III. 1. CHEVAUCHEMENT ENTRE CYCLES DE PRODUCTION	95
FIGURE III. 2. RENUMEROTATION DES JOBS	96
FIGURE 4. 1. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	101
FIGURE 4. 2. ÉVOLUTION DU TEMPS D'EXECUTION EN FONCTION DU NOMBRE DE CONFIGURATIONS D'ATELIER	121
FIGURE 4. 3. PROBABILITE D'EXISTENCE D'UNE AFFECTATION DES OPERATEURS	121
FIGURE 5. 1. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	125
FIGURE. 5.2. ÉVOLUTION DU TEMPS D'EXECUTION EN FONCTION DU NOMBRE DE TACHES	147
FIGURE. 5.3. ÉVOLUTION DU TEMPS D'EXÉCUTION EN FONCTION DU NOMBRE DE VECTEURS DE PRODUCTIVITÉS	147
FIGURE 6. 1. GRAPHE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	151

Liste des tableaux

TABEAU 1. 1. LES AFFECTATIONS DES OPERATEURS.....	24
TABEAU 3. 1. LISTE DES POSTES DE CHARGE POSSIBLES	56

TABLEAU 3. 2. POSTES DE CHARGES ACTIFS DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	58
TABLEAU 3. 3. AFFECTATIONS DES OPÉRATEURS ASSOCIÉES À UNE CONFIGURATION D'ATELIER	60
TABLEAU 3. 4. NIVEAUX DE PRISE EN COMPTE DES RESSOURCES HUMAINES	66
TABLEAU 3. 5. PASSAGES AUTORISÉS ENTRE CONFIGURATIONS D'ATELIER: MODE DE CHANGEMENT SUR ÉVÈNEMENT	69
TABLEAU 3. 6. DIFFÉRENTS TYPES DE POSTES DE CHARGE	79
TABLEAU 3. 7. ENSEMBLE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	81
TABLEAU 3. 8. NOMBRE DE CONFIGURATIONS D'ATELIER	82
TABLEAU 3. 9. NOMBRE DE CONFIGURATIONS D'ATELIER	89
TABLEAU 3. 10. CONFIGURATIONS D'ATELIER POUR LE CAS DE PLUSIEURS MACHINES SUCCESSIVES	91
TABLEAU 4. 1. ENSEMBLE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	100
TABLEAU 5. 1. PASSAGES ENTRE CONFIGURATIONS D'ATELIER ASSOCIES AUX FIN DE TACHES	124
TABLEAU 6. 1. ENSEMBLE DES CONFIGURATIONS D'ATELIER	150

Résumé

Nos travaux de recherche portent sur le problème de prise en compte des contraintes liées aux ressources humaines, en terme d'affectation des opérateurs aux machines, dans les problèmes d'ordonnancement d'atelier. Ce problème intégrant l'affectation des opérateurs aux machines consiste à déterminer l'état d'atelier au cours du temps, et à considérer le problème d'ordonnancement d'atelier dans sa globalité en prenant en compte l'influence de l'affectation des ressources humaines sur les activités de production. Ceci impose en plus de la gestion de la séquence des travaux, la gestion des affectations des hommes aux postes de travail.

Nous avons considéré le cas où les productivités des machines dépendent de l'affectation des opérateurs. Nous avons supposé que le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, un opérateur peut superviser simultanément plusieurs machines et que la supervision simultanée de plusieurs machines par un opérateur diminue les productivités de ces dernières. L'originalité de nos travaux de recherche est liée au fait que les durées opératoires des travaux sont variables dans le temps et sont fonctions de l'évolution des affectations des opérateurs aux machines dans le temps.

Deux grandes parties composent nos travaux de recherche. La première partie porte sur le problème de modélisation de l'affectation des opérateurs aux machines. Elle consiste en la proposition d'un cadre théorique pour l'intégration des contraintes liées à la prise en compte des ressources humaines, en terme d'affectation des opérateurs aux machines, dans la modélisation des problèmes d'ordonnancement d'atelier. Une définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier impliquant l'aspect « ressources humaines » est alors proposée.

La seconde partie a porté sur une application de la modélisation proposée dans la première partie pour le cas d'une production cyclique. Plus précisément, nous avons étudié le problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisant un ordonnancement cyclique pour un atelier de type Flow Shop. Nous avons supposé qu'un ordonnancement cyclique, défini par une durée de cycle et un ensemble de travaux à réaliser durant cette durée, est donné pour des productivités nominales des machines et sans aucune prise en compte des ressources humaines. Par conséquent, et dans le cas où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines et que l'affectation des opérateurs conditionnent les productivités des machines, l'introduction et la considération des ressources humaines pour la réalisation de l'ordonnancement cyclique pourrait allonger la durée d'exécution des travaux et remettre en cause la durée de cycle. Nous avons étudié ce problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable pour Flow Shop Cyclique pour trois modes de réaffectations des opérateurs : calendaire, sur événement de fin de tâche et libre.

Nous avons présenté une formulation mathématique du problème pour ces trois modes de réaffectation des opérateurs, démontré que ce problème est NP-complet pour les deux modes calendaire et sur événement, et qu'une restriction du problème de mode de réaffectation libre est NP-complet. Nous avons également proposé, pour ces trois modes, un modèle mathématique linéaire en nombre entier. Une approche de résolution basée sur le principe de la programmation dynamique a été proposée pour les deux modes réaffectation calendaire et sur événement.

Mots Clés : Gestion de la Production, Ordonnancement, Ressources Humaines, Production Cyclique, Flow Shop, NP-Complet, Programmation Dynamique, Programmation Mathématique, Productivité.

INTRODUCTION GENERALE

L'environnement des entreprises est de plus en plus incertain et évolutif. Ceci se traduit principalement par une concurrence accrue et par des clients de plus en plus exigeants en termes de qualité et de délais, et a conduit à l'émergence de nouvelles relations plus contractualisées et plus durables entre les entreprises.

Se constituent ainsi des partenariats entre donneurs d'ordres et fournisseurs, ces derniers échangeant implicitement sur le long terme une garantie de travail contre une garantie de service.

Parmi ces nouvelles relations fixant les règles d'approvisionnement sur de longues périodes (souvent l'année) figurent les contrats de livraison cyclique. Dans le cadre de ces nouveaux contrats, les fournisseurs disposent d'informations extrêmement précises, à long terme, sur les dates de livraison, mais seulement des informations statistiques sur les quantités à livrer. Confrontées à des exigences très fortes en termes de service et afin de demeurer compétitives, les entreprises doivent dès lors reconsidérer leurs méthodes de gestion de la production exploitant ces nouvelles données contractuelles.

Nous nous intéressons dans ce présent travail à une relation particulière entre entreprises, celle basée sur le principe de livraison cyclique, lorsque ces entreprises adoptent le principe de production cyclique en réponse à ce mode de livraison.

Tout au long de notre travail nous considérons les définitions suivantes (Hacid, 2000) :

Définition 1. Une livraison cyclique est une livraison réalisée à fréquence fixe.

Définition 2. Un cycle de livraison est une suite ordonnée de livraisons cycliques, se répétant à fréquence fixe. Il est défini par sa durée, les dates et les quantités pour chaque livraison et pour chaque produit.

Définition 3. Une production cyclique est une production réalisée à fréquence fixe.

Définition 4. Un cycle de production est défini par une suite ordonnée de productions cycliques. Il est défini par une durée de cycle, les dates et les quantités de chaque lancement des ordres de fabrication, et la séquence de réalisation de ces lancements.

L'intérêt pour les donneurs d'ordres de ce mode de livraison cyclique est qu'il permet une gestion extrêmement simple des approvisionnements, facilitant en particulier l'organisation des activités de transport et de réception de ces approvisionnements, et ce pour un surcoût de stockage très faible. De même, l'intérêt pour le fournisseur d'une production cyclique est qu'elle permet de réduire les coûts relatifs à la fabrication, et de simplifier l'organisation du travail, tout en permettant une meilleure synchronisation des flux de production et de livraison.

La production cyclique s'inscrit totalement dans les principes du juste à temps. Elle permet aux entreprises d'établir sur les ressources machines un ordonnancement cyclique détaillé des opérations synchronisées avec les demandes de livraison.

De nombreux travaux ont été conduits pour l'établissement de programmes de production cycliques et/ou d'ordonnements cycliques. Cependant, tous ces travaux proposent des ordonnancements ou des plans de production cyclique construits en ne considérant que les capacités machines ou en ne considérant que de manière très parcellaire les contraintes liées aux ressources humaines.

Notre projet d'étude porte sur la modélisation de l'affectation des ressources humaines en ordonnancement et sur la recherche de l'existence d'une affectation permettant la réalisation d'un plan de production cyclique dans la durée de cycle fixée. Nous nous situons dans le cas où cette affectation conditionne les productivités des machines, étant supposés connus un plan de production cyclique, - défini par une durée de cycle et une séquence d'ordres de fabrication à réaliser -, ainsi que l'ordonnancement cyclique associé construit sur la base des seules contraintes machines. Nous nous situons dans un contexte d'atelier de type Flow Shop et supposons disposer d'un nombre d'opérateurs inférieur au nombre de machines. Un opérateur peut superviser plusieurs machines simultanément mais en affectant la productivité de ces machines.

Ce mémoire est structuré en trois parties.

La première partie présente les objectifs de cette recherche en situant celle-ci dans le cadre des recherches conduites dans notre domaine d'étude. Elle est composée de deux chapitres. Nous détaillons dans le premier chapitre notre problématique de recherche sur la prise en compte des ressources humaines en production cyclique. Nous introduisons d'abord le contexte général de nos travaux de recherche avant d'en définir l'objet et d'en préciser les hypothèses sous jacentes.

Nous présentons dans le second chapitre une étude bibliographique sur les systèmes de production cyclique d'une part, et sur l'ordonnancement des ressources humaines d'autre part. Nous présentons, de façon générale, quelques études réalisées sur la production cyclique, et en particulier un ensemble de travaux montrant les avantages d'une mise en œuvre d'un plan de production cyclique.

Nous présentons par la suite, un ensemble de travaux de recherche menés sur la gestion des ressources humaines dans les entreprises, et exposons quelques approches de résolution proposées pour le problème d'ordonnancement des ressources humaines.

Nous présentons, dans une deuxième partie, notre proposition de modélisation de l'affectation des ressources humaines en ordonnancement d'atelier.

Nous définissons, la notion de poste de charge afin de modéliser la supervision simultanée de plusieurs machines par un opérateur, introduisons la notion de configuration d'atelier définissant l'ensemble des machines simultanément actives dans l'atelier, et définissons la notion d'affectation des opérateurs. Nous mettons enfin en évidence l'intérêt de ces différentes notions pour décrire l'impact de l'affectation des opérateurs sur les productivités des machines.

Ceci nous conduit à introduire la notion de graphe de configurations d'atelier, concept de base de notre étude, et à distinguer trois modes de gestion des réaffectations des opérateurs dans l'atelier : calendaire, sur événement et libre. Dans le premier mode, la réaffectation des opérateurs se fait de manière calendaire, dans le second mode un opérateur ne peut être réaffecté que si il a terminé l'une des tâches qu'il exécute, alors que dans le troisième mode la réaffectation des opérateurs peut se faire de manière continue.

Nous donnons, par la suite, en se basant sur le graphe des configurations d'atelier, une définition mathématique d'un ordonnancement combinant le séquençement des jobs et le choix des affectations des opérateurs.

Nous consacrons la troisième partie à la prise en compte des ressources humaines dans les systèmes de production cyclique. Nous donnons en préalable une modélisation mathématique d'un ordonnancement cyclique pour un atelier de type Flow Shop, sans aucune prise en compte des contraintes liées aux ressources humaines avant d'étudier l'existence d'une affectation des opérateurs permettant la réalisation d'un plan de production cyclique pour chacun des trois modes de réaffectation : calendaire (chapitre 4), sur événement (chapitre 5) et libre (chapitre 6).

Nous présentons une formulation mathématique de ce problème pour chacun de ces modes de réaffectation, démontrons que ce problème est NP-complet pour les deux modes de réaffectation calendaire et sur événement, et qu'une restriction du problème pour le mode de réaffectation libre est NP-complet.

Nous proposons enfin un modèle mathématique linéaire pour chacun des trois modes de réaffectation, et proposons une approche de résolution basée sur le principe de la programmation dynamique pour les deux modes de réaffectation calendaire et sur événement.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale récapitulant l'ensemble de nos travaux et donnons des perspectives de recherche étendant notre présente étude.

PARTIE I : Le contexte de l'étude

Nous consacrons cette première partie à la présentation de notre problématique de recherche, laquelle consiste en la gestion des ressources humaines en production cyclique. Nous la décomposons en deux chapitres.

Nous exposons, dans le premier chapitre, le contexte global de nos travaux, et définissons par la suite l'objet de nos recherches en détaillant les différentes hypothèses posées.

Nous présentons, dans le second chapitre, une étude bibliographique. Cette étude est composée de deux états de l'art. Le premier porte sur la production cyclique, et sur la mise en œuvre des systèmes de production cyclique. Le second porte sur l'étude du problème d'ordonnancement des ressources humaines. Dans ce dernier état de l'art, nous présentons un ensemble de travaux de recherche menés sur la gestion des ressources humaines dans les entreprises, et exposons quelques approches de résolution proposées pour ce problème d'ordonnancement en entreprise.

Chapitre 1 : Problématique de recherche

<u>1.1. Le contexte général</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>1.2. Objet de l'étude</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>1.3. Problématique de recherche</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>

1.1. Le contexte général

Un système de production manufacturier est un centre de transformation de matériaux bruts et de composants en produit finis, destinés à alimenter des clients. Leur fabrication mobilise un ensemble de ressources (machines, opérateurs, zones de stockages,...) et en consomme d'autres (matières premières ou composants, ...).

L'optimisation de la mobilisation et de l'utilisation de ces ressources devient alors nécessaire pour que l'entreprise maintienne sa performance dans un environnement de plus en plus instable. Ce dernier est caractérisé par des marchés soumis à une forte concurrence et sur lesquels les exigences et les attentes des clients deviennent de plus en plus fortes en termes de qualité, de coût et de délais de mise à disposition (Lopez et *al.*, 2001).

L'évolution de cet environnement industriel a transformé la nature des relations interentreprises, qui de simples relations d'achat entre clients et fournisseurs se sont transformées en des rapports plus contractualisés et plus durables. Ces relations conduisent à constituer des partenariats entre les donneurs d'ordres et les fournisseurs échangeant implicitement une garantie de travail contre une garantie de service. Le donneur d'ordre s'engage à travailler avec son fournisseur sur le long terme, sous réserve que ce dernier tienne ses engagements (Campagne et *al.*, 1998).

Dans notre travail, nous nous intéressons à une relation particulière entre clients et fournisseurs, celle fondée sur le principe de livraison cyclique. Selon ce principe, le fournisseur s'engage à livrer des quantités de produits à des intervalles de temps fixes et ce de façon répétitive. Il permet au fournisseur d'avoir, à long terme, des informations extrêmement précises sur les dates de livraison, mais seulement des informations statistiques sur les quantités à livrer.

Ce mode de livraison cyclique est fortement répandu dans le domaine automobile, tant chez les constructeurs automobiles que chez les équipementiers de premier rang lorsqu'il s'agit d'approvisionner des composants à faible variété et faisant l'objet d'une demande régulière (Campagne et *al.*, 2001).

L'intérêt de ce mode de livraison est qu'il permet, aux donneurs d'ordres, une gestion extrêmement simple des approvisionnements, facilite l'organisation des activités de réception et des autres services en charge de ces approvisionnements.

En réponse à ce type de livraison, et afin de synchroniser les flux de production et de livraison, de nombreuses entreprises mettent en œuvre un système de production cyclique. (Chauvet, 2003) définit un système de production cyclique comme étant un système fabriquant un ensemble de produits à une fréquence constante, et dans lequel chaque ressource exécute de manière répétitive un certain nombre de tâches.

L'intérêt de la mise en place d'un système de production cyclique réside dans la répétitivité du schéma de travail qui contribue considérablement à la qualité, à la productivité et à l'amélioration de la production (Hall, 1988).

La mise en oeuvre d'un système de production cyclique se fait sur trois niveaux décisionnels : long, moyen et court terme (Bahroun, 2000).

Niveau long terme : négociation et signature des contrats de commandes.

Niveau moyen terme : détermination et construction, en se basant sur les capacités des ressources machines, d'un plan de production cyclique satisfaisant la demande et minimisant les coûts de stockage, de fabrication ainsi que ceux relatifs auxancements des ordres de fabrication. Ce plan se traduit par un ordonnancement cyclique des ordres de fabrication sur les machines.

Niveau court terme : ajustement des quantités lancées et des capacités de production en fonction des demandes effectives.

La mise en place d'un système de production cyclique se traduit par l'établissement d'un plan de production cyclique défini par une durée de cycle et un ensemble d'ordres de fabrication à lancer durant cette durée.

Nous introduisons ci-après un exemple de plan de production cyclique pour un atelier de type Flow shop composé de trois machines et de quatre ordres de fabrication. La figure 1.1 schématise ce plan de production cyclique.

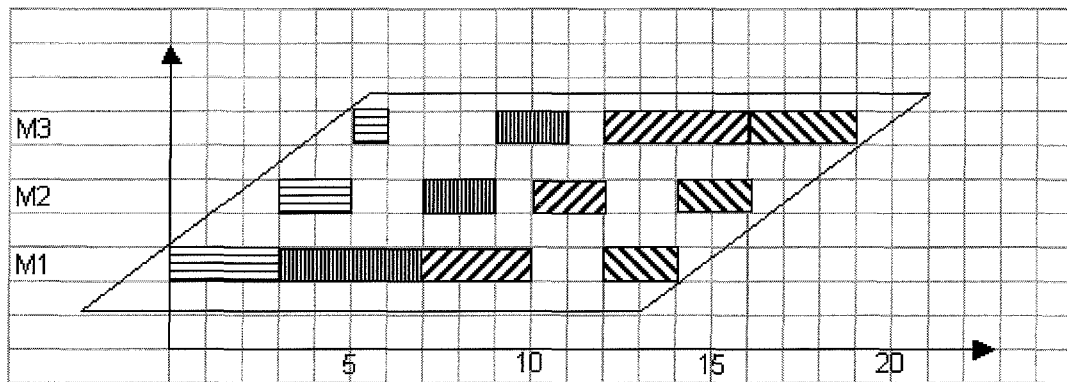


Figure 1. 1. Plan de production cyclique

La figure 1.2 suivante reprend ce plan de production cyclique de durée de 15 unités de temps sur un horizon de 30 unités de temps. Comme le montre cette figure, les derniers ordres de fabrication du premier cycle sont réalisés au début du cycle suivant. On parle alors de chevauchement de cycle de production.

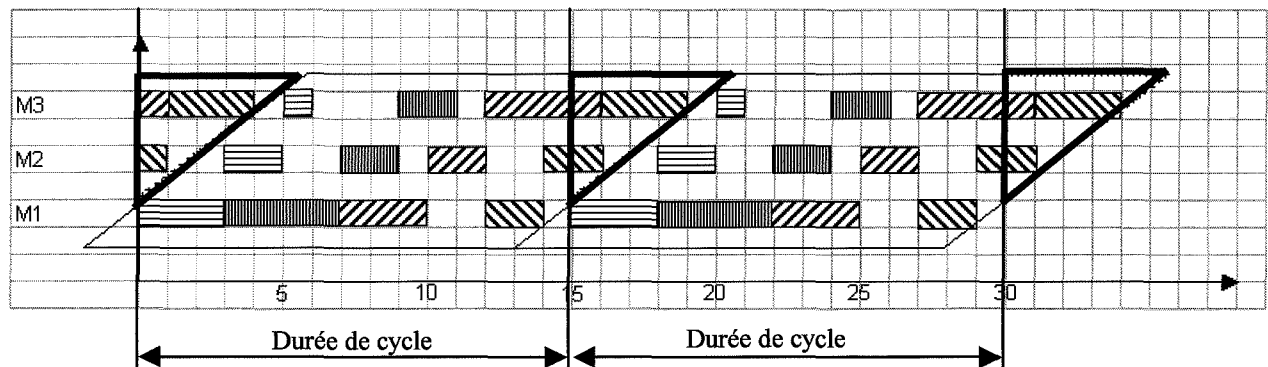


Figure 1. 2. Chevauchement entre cycles de production

Donc, en régime continu, le plan de production cyclique sur 15 unités de temps aura la forme suivante (figure 1.3) dans lequel on retrouve les ordres de fabrication du cycle précédent et se réalisant au début du cycle en cours.

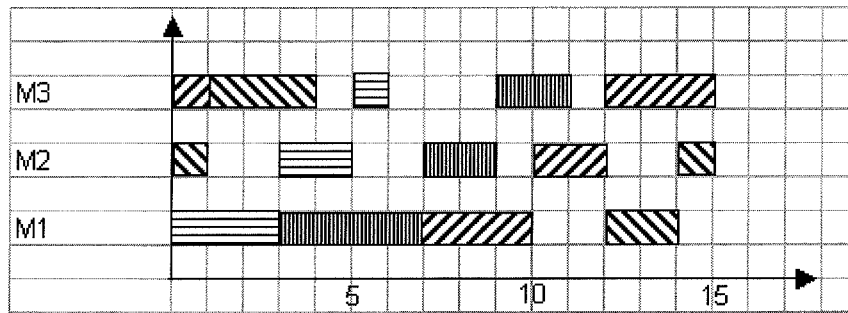


Figure 1. 3. Cycle de production

Nous présentons dans la section ci-après l'objet de notre présente étude.

1.2. Objet de l'étude

La construction d'un ordonnancement cyclique se fait initialement indépendamment des capacités en terme de ressources humaines. En effet, l'établissement d'un plan de production cyclique à moyen terme s'effectue sur la base des capacités des ressources machines, les capacités en ressources humaines étant supposées illimitées. Ces dernières sont considérées à ce stade comme un levier de flexibilité permettant l'ajustement de la capacité de production à la charge réelle: recours aux intérimaires, heures supplémentaires,....

Or plusieurs études sur la gestion des ressources humaines dans les systèmes de production mettent en évidence la relation existant entre la gestion des ressources humaines et les productivités des machines. Dans (Crocì *et al.*, 2000) les auteurs soulignent que, dans les systèmes partiellement automatisés, les opérateurs effectuent souvent des opérations de chargement, déchargement et transport et que la productivité des équipements dépend de leur bonne affectation.

Divers facteurs, liés aux ressources humaines, peuvent être à l'origine de la variation des productivités des machines. Dans (Buzacott, 2002) l'auteur note que la différence de productivité entre opérateurs peut être due à leur expérience dans l'exécution d'une tâche donnée. Les compétences que possèdent les opérateurs sur les machines et le partage des opérateurs entre plusieurs machines, dans le cas où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, sont aussi des sources de la variation des productivités des machines.

Nous nous intéressons, dans ce travail, à la prise en compte des ressources humaines dans les systèmes de production cyclique lorsque l'affectation des opérateurs aux machines conditionne les productivités de ces machines.

Dans ce contexte, et partant d'un plan de production cyclique construit, indépendamment des ressources humaines, sur la base des productivités nominales des machines (égales à 1), la prise en compte de l'affectation des opérateurs disponibles sur les machines est susceptible d'allonger les durées d'exécution des jobs.

Cet allongement des durées opératoires des jobs dans les systèmes de production cyclique peut remettre en cause le plan de production cyclique défini. Il peut en effet retarder les dates de mise à disposition des produits au delà de leurs dates de livraison, ou encore augmenter la durée du cycle de production.

Par conséquent, la prise en compte des ressources humaines dans un système de production cyclique pose d'abord le problème de la faisabilité du cycle de production considéré. Etant donné un plan de production cyclique construit sur la seule base des capacités machines, il s'agit de rechercher une séquence d'affectation des opérateurs aux machines permettant sa réalisation sans retarder les dates de livraison des produits ni augmenter la durée du cycle de production.

A titre d'exemple, nous considérons l'exemple précédent (un atelier à trois machines) et supposons disposer seulement de deux opérateurs. Un opérateur peut alors superviser une ou deux machines simultanément. La productivité d'une machine sera égale à 1 dans le cas où elle est supervisée en exclusivité par un opérateur, et elle sera dégradée dans le cas où elle partage l'opérateur avec une autre machine. Nous reprenons dans le tableau 1.1 les affectations des opérateurs ainsi que les productivités des machines que l'on considère.

	Affectations des opérateurs			Productivités des machines		
	M1	M2	M3	M1	M2	M3
a ₁	Opérateur 1	Opérateur 2	X	1	1	0
a ₂	Opérateur 1	X	Opérateur 2	1	0	1
a ₃	X	Opérateur 1	Opérateur 2	0	1	1
a ₄	Opérateur 1	Opérateur 1	Opérateur 2	1/2	1/2	1
a ₅	Opérateur 1	Opérateur 2	Opérateur 2	1	2/3	2/3
a ₆	Opérateur 1	Opérateur 2	Opérateur 2	1	0.5	0.85

Tableau 1. 1. Les affectations des opérateurs

Comme on peut le constater dans le tableau 1.1, bien que l'affectation des opérateurs a_5 soit la même que a_6 , les productivités des machines associées sont différentes. Nous donnerons dans le chapitre 2 les différentes origines de ces variations.

Les choix d'affectation des opérateurs pour la réalisation du plan de production cyclique peuvent se traduire par un allongement des durées opératoires des ordres de fabrication en raison de la dégradation des productivités des machines. Ces productivités sont supposées égales à 1 dans l'établissement du plan de production cyclique. Ceci peut donc remettre en cause alors la réalisabilité de ce plan de production cyclique.

Nous montrons dans ce qui suit l'impact de la considération de l'affectation des opérateurs sur la réalisation du plan de production cyclique. Pour cela nous considérons deux séquences d'affectation des opérateurs C1 et C2, et déduisons les Gantt correspondants au plan de production cyclique décrit par la figure 1.3. Une séquence d'affectation des opérateurs est définie par une suite ordonnée d'affectation avec des durées d'utilisation pour chacune d'entre elles. Soient les deux séquences suivantes :

C1 : $(a_5, 10), (a_3, 2), (a_2, 2), (a_3, 1)$.

C2: $(a_5, 10), (a_4, 4), (a_2, 1)$.

La figure 1.4 suivante schématise le Gantt du plan de production cyclique de l'exemple précédent en considérant la première séquence C1, et la figure 1.5 représente le Gantt de ce plan de production cyclique en introduisant la seconde séquence des affectations des opérateurs C2.

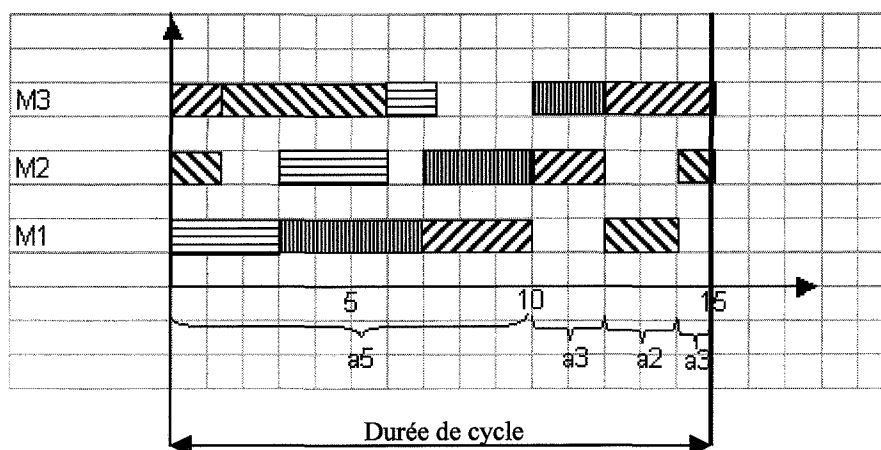


Figure 1. 4. Réalisation du plan de production cyclique avec C1

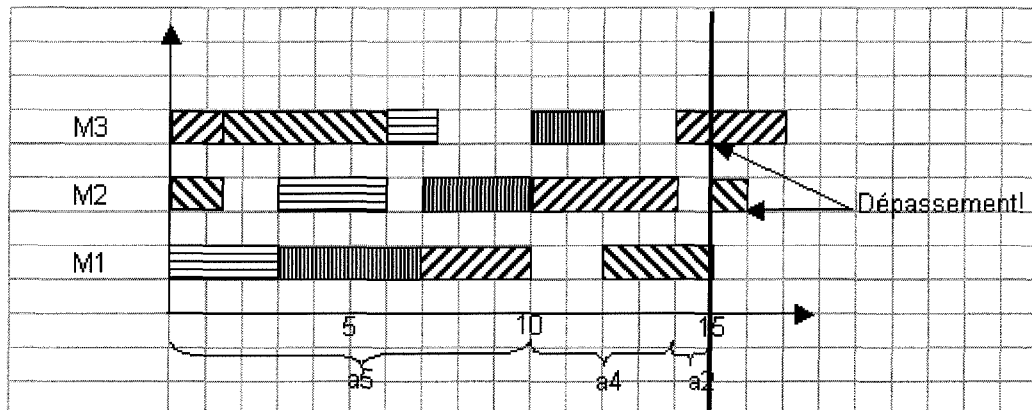


Figure 1. 5. Réalisation du plan de production cyclique avec C2

Comme le montre la figure 1.4, le choix de l'affectation des opérateurs a5 pendant une durée de 10 unités de temps allonge de 50% pendant cette durée les durées opératoires des ordres de fabrication se réalisant sur les machines M2 et M3. Ainsi avec cette affectation des opérateurs la durée opératoire du premier travail se réalisant sur la deuxième machine, initialement égale à une unité de temps, sera égale à $1/0.66$ unités de temps soit 1.5 unités de temps.

Comme on peut le constater le choix de la séquence C1 d'affectation des opérateurs permet la réalisation du plan de production cyclique sans remettre en cause sa durée, toujours maintenue à 15 unités de temps (voir figure 1.4), alors que le choix de la seconde séquence C2 allonge cette durée et rend impossible la réalisation du plan de production cyclique en 15 unités de temps (voir figure 1.5).

Notre travail consiste en la recherche d'une séquence d'affectation des opérateurs permettant la réalisation d'un plan de production cyclique sans remettre en cause la durée de cycle, lorsque cela est faisable.

1.3. Problématique de recherche

Nous nous limitons, dans notre travail, à l'étude du problème de faisabilité d'un plan de production cyclique lorsque le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines et que les productivités des machines dépendent de l'affectation des opérateurs.

Nous considérons un atelier de type Flow Shop pour lequel est donné un plan de production cyclique (ordonnancement cyclique), défini indépendamment des ressources humaines, pour des productivités nominales des machines (égales à 1). Nous supposons que le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, qu'un opérateur peut superviser plusieurs machines simultanément et que l'affectation simultanée d'un opérateur à plusieurs machines réduit les productivités de ces machines. Nous supposons disposer d'un ensemble d'affectations possibles des opérateurs, affectations auxquelles sont associées des productivités machines.

Nous étudions le problème de faisabilité du plan de production cyclique en terme d'existence d'une séquence d'affectation des opérateurs aux machines, permettant la réalisation du cycle de production dans le respect des dates de livraison et de la durée de cycle de production.

Pour cela nous effectuons, dans une première étape, l'étude de ce problème par une modélisation des ressources humaines en atelier, en terme d'affectation des opérateurs aux machines. Le principe de base de cette modélisation est le partage des opérateurs entre plusieurs machines. Pour cela, nous proposons de considérer les ressources humaines à trois niveaux :

- Au premier niveau nous introduisons la notion de poste de charge correspondant à l'affectation simultanée d'un opérateur à plusieurs machines ;
- Au second niveau nous introduisons la notion de configuration d'atelier définissant l'ensemble des postes de charge actifs, et par conséquent l'ensemble des équipements simultanément actifs dans l'atelier ;
- Au troisième et dernier niveau, nous introduisons la notion d'affectation des opérateurs associant les opérateurs aux équipements actifs de l'atelier.

Nous définissons trois modes de réaffectation des opérateurs en atelier. Un mode calendaire où la réaffectation des opérateurs se fait de façon périodique à des dates précises, un mode sur événement où la réaffectation d'un opérateur ne peut se faire qu'à la fin d'une tâche qu'il exécute, et enfin un mode libre où la réaffectation des opérateurs peut se faire à tout moment.

Nous étudions alors le problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable pour les trois modes de réaffectation. Pour les deux modes de réaffectation des opérateurs, calendaire et sur événement, nous proposons une formulation mathématique, démontrons que le problème est NP-Complet, présentons un modèle mathématique linéaire et proposons une approche de résolution de type programmation dynamique.

Enfin, pour le mode de réaffectation libre des opérateurs, nous proposons une formulation mathématique du problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable, nous démontrons qu'une restriction de ce problème est NP-Complet et proposons un modèle mathématique linéaire.

Avant de développer cette démarche, nous présentons dans le chapitre suivant des travaux de recherche réalisés sur les systèmes de production cyclique et leur mise en œuvre, et recensons quelques études réalisées sur la gestion des ressources humaines en entreprise.

Chapitre 2 : Etat de l'art

- 2.1. Etat de l'art sur la production cyclique..... **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.1.1. Définitions **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.1.2. Intérêts de la production cyclique..... **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.1.3. Niveaux de supervision d'un système de production cyclique..... **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.1.4. Construction d'un plan de production cyclique..... **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.2. Etat de l'art sur la gestion quantitative des ressources humaines **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.2.1. Définition du problème d'ordonnancement des ressources humaines **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.2.2. Différentes étapes de résolution d'un problème d'ordonnancement des ressources humaines. **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.2.3. Techniques de résolution du problème d'ordonnancement des ressources humaines **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.2.4. Ressources humaines et compétences **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.2.5. Ressources humaines comme levier de flexibilité..... **Erreur ! Signet non défini.**
- 2.2.6. Ressources humaines et productivités des équipements..... **Erreur ! Signet non défini.**

2.1. Etat de l'art sur la production cyclique

2.1.1. Définitions

(Hanan *et al.*, 1995) définissent un ordonnancement cyclique comme étant un ensemble fini de tâches génériques devant être exécutées de manière répétitive. De leur côté, (Campagne *et al.*, 2001) définissent un système de production cyclique comme étant un système dans lequel la production se réalise à fréquence fixe sur une durée de cycle se répétant tout au long d'un horizon de planification. (Chauvet, 2003) le définit comme étant un système fabriquant un ensemble de produits à une fréquence constante, et dans lequel chaque ressource exécute de manière répétitive un certain nombre de tâches.

2.1.2. Intérêts de la production cyclique

La mise en œuvre d'un ordonnancement cyclique possède plusieurs avantages. L'étude de (Campbell *et al.*, 1991) montre que la mise en place d'un ordonnancement cyclique entraîne des avantages en termes de simplicité de planification, de facilité de description, de compréhension et de gestion. (Hall, 1988) montre que l'intérêt d'un ordonnancement cyclique réside dans la répétitivité du schéma de travail qui contribue à l'amélioration de la qualité et de la productivité.

(Chauvet *et al.*, 2003) notent que l'objectif de la mise en place d'un ordonnancement cyclique est l'optimisation de l'utilisation des ressources, et rappellent l'exigence de mettre en place un ordonnancement cyclique pour coordonner les ressources de manière à ce que le système fabrique des produits à une fréquence aussi élevée que possible et avec une quantité minimale d'en-cours.

Le recours à une production cyclique dans les entreprises est encouragé par plusieurs facteurs. Le premier facteur est la mise en place dans ces entreprises de contrats de partenariat les liant à leurs donneurs d'ordres pour une longue période (souvent l'année) par un programme de livraison portant seulement sur des quantités prévisionnelles (une moyenne, un intervalle) mais donnant avec précision les dates de livraison (ex : chaque lundi de la semaine, chaque 10 du mois,...). Dans ce contexte et afin de synchroniser les flux de production et de livraison, la production cyclique constitue une réponse bien adaptée aux types de demandes exprimés par le contrat de partenariat.

Ce type de contrat présente l'intérêt pour le donneur d'ordres de lui permettre une gestion extrêmement simple des approvisionnements et d'obtenir de très faibles coûts de stockage. En effet, les approvisionnements se feront au fur et à mesure des besoins, de sorte que le donneur d'ordres n'a pas à stocker très longtemps des composants. Pour le fournisseur, les demandes sont régulières et liées directement aux productions du client.

De plus, (Castro *et al.*, 2003) soulignent qu'il est profitable pour les entreprises évoluant dans un environnement concurrentiel, et pour lesquelles les demandes concernent un seul produit - ou un petit ensemble non diversifié- pour des périodes relativement longues, d'établir un ordonnancement cyclique. (Campagne *et al.*, 2001) exposent une application de la production cyclique dans le domaine automobile, tant chez les constructeurs automobiles que chez les équipementiers de premier rang, lorsqu'il s'agit d'approvisionner des composants à faible variété et faisant l'objet d'une demande régulière.

2.1.3. Niveaux de supervision d'un système de production cyclique

Dans (Bahroun, 2000) l'auteur propose une architecture à trois niveaux pour la supervision d'un système de production cyclique : le long, le moyen et le court terme. Il définit ces différents niveaux comme suit :

a. Long terme

Les décisions prises à ce niveau traduisent la politique générale de l'entreprise sur un horizon relativement important, généralement l'année. Celle-ci doit s'assurer, avant la signature d'un contrat, de sa capacité à répondre aux engagements pris, en terme de quantités et de délais, ainsi que de sa rentabilité économique. Elle doit également être capable d'évaluer les

conséquences des différentes clauses et disposer des bases nécessaires pour conduire la négociation dudit contrat.

(Bahroun, 2000) propose, que la méthode de gestion de production puisse s'appuyer, à ce niveau, sur un ensemble d'outils d'aide à la négociation. En effet, en fonction d'un état de charge, on doit être capable d'étudier l'opportunité d'un nouveau contrat et les conditions favorables à son exécution.

b. Moyen terme

L'entreprise se situe, à ce niveau, dans le cadre d'engagements contractuels pris, et doit assurer la livraison des quantités moyennes de produits à fréquences fixes. Il s'agit de répondre aux questions suivantes : Que produire ? Quand produire ? Combien produire ? Comment produire ?

Ainsi la méthode de gestion de production requise doit pouvoir aider à déterminer sur la base des demandes prévisionnelles moyennes, et pour le moindre coût, un cycle de production ainsi que les fréquences de fabrication pour chaque produit dans ce cycle. Un ordonnancement cyclique doit être construit à partir de ces fréquences de fabrication de façon à garantir la continuité des livraisons de chaque produit. De là, l'atelier dispose de l'enchaînement détaillé de l'ensemble des productions sur les différentes machines, lequel sera stable et répété systématiquement jusqu'à ce que l'évolution de la demande nécessite détermination d'un nouvel enchaînement.

Dans le cas où l'entreprise doit répondre en parallèle à des appels de livraison externes pour quelques produits, la méthode de gestion de production devra réserver la capacité nécessaire dans la séquence de production.

c. Court terme

Les décisions prises à ce niveau régissent en détail la fabrication proprement dite pour les jours à venir. La méthode de gestion de production doit adapter, à ce niveau, l'ordonnancement construit au niveau moyen terme afin de prendre en compte les variations autour de la demande moyenne compte tenu des stocks de sécurité mis en place à moyen terme, pour pallier ces variations de la demande. Elle doit aussi ajuster les quantités

définitives lancées en production en fonction des quantités définitives de livraison, de même qu'elle doit ajuster les capacités disponibles en fonction de la charge effective et ceci au moindre coût. Le cas échéant la capacité réservée au niveau moyen terme sera exploitée pour fabriquer des produits faisant l'objet d'un appel de livraison externe.

Dans (Campagne, 2000) l'auteur définit, en se basant sur cette architecture à trois niveaux, plusieurs problématiques liées à la mise en œuvre d'un système de production cyclique :

- Définition des tailles des lots de fabrication (moyen et court terme) :

Il s'agit, dans ce problème, de déterminer les tailles des lots de fabrication des produits, de telle sorte que la somme des coûts engendrés par la production soit minimisée. On distingue des coûts de lancement, des coûts de stockage et des coûts de fabrication.

- Détermination de la durée du cycle de production (moyen terme) :

Ce problème, dont l'étude se fait au niveau moyen terme, consiste en la détermination d'une durée de cycle de production optimale. Cette détermination se fait en fonction des demandes de livraison des produits.

- Détermination des stocks de sécurité à mettre en œuvre (moyen terme) :

Il s'agit de déterminer, pour chaque produit, un stock de sécurité permettant de pallier tout imprévu de la production. Ces stocks peuvent être statiques tout au long du cycle de production ou encore dynamiques et relatifs à la demande sur chaque période du cycle.

- Ajustement des capacités aux charges (court terme) :

L'étude de ce problème se fait au niveau court terme. Afin de pouvoir répondre aux engagements pris, en termes de délais, l'entreprise est amenée à ajuster sa capacité effective de production à ses charges réelles. Cet ajustement prend en compte la demande réelle ainsi que l'état des stocks. Les entreprises font appel, au delà des stocks de sécurité, aux ressources humaines pour ajuster leur capacité de production : heures supplémentaires, intérimaires,...

- Contrôle de la pertinence du cycle de production actuel :

L'étude de ce problème se fait de façon continue. Il consiste en la vérification de la pertinence du plan de production cyclique défini. En effet, un changement au niveau des demandes de livraison des produits peut influencer le cycle de production adopté par l'entreprise. La

signature d'un nouveau contrat avec un client peut aussi remettre en cause le cycle de production défini. Ce problème consiste à étudier l'impact de l'évolution des demandes de livraison sur le cycle de production en cours.

Cependant la plupart des travaux de recherche recensés dans la littérature traitent du niveau moyen terme, et concernent la détermination d'un plan de production cyclique. Ces travaux traitent de la construction de cycles de production sur la base de demandes moyennes. Nous présentons dans la section suivante quelques travaux traitant de cette construction du cycle de production.

2.1.4. Construction d'un plan de production cyclique

De nombreux travaux de recherche en production cyclique ont porté sur le problème de détermination d'un plan de production cyclique optimal. Ce problème consiste en la détermination d'une durée de cycle optimale et d'un ordonnancement des opérations dans ce cycle, minimisant les coûts de lancement, de stockage et de fabrication.

Plusieurs études montrent la complexité et la difficulté de ce problème. Dans (McCormick et Rao 1994) les auteurs ont montré que le problème de mise en place d'un ordonnancement cyclique optimal est NP-complet pour le cas d'un atelier Flow Shop, et (Hanan, 1994) a démontré que ce problème est NP-complet pour un atelier de type Job Shop.

Par ailleurs, (Bahroun 2000) a considéré dans son travail de recherche, le cas d'un système de production réalisant plusieurs produits soumis à une livraison cyclique avec un cycle de livraison et des quantités de livraison variables au cours du cycle. Il identifie deux cas en fonction du rapport entre les coûts de stockage et les coûts de lancements.

Dans le premier cas, il suppose que les produits fabriqués ont des coûts de stockage faibles par rapport aux coûts de lancements, ce qui l'incite à stocker et à effectuer un faible nombre de lancements. Le second cas porte sur des produits qui possèdent des coûts de stockage élevés par rapport aux coûts de lancement, ce qui incite à ne pas stocker et de lancer un nombre plus important d'ordres de fabrication en atelier en alignant les productions sur les consommations.

(El-Najdawi *et al.*, 1993) ont étudié le problème de détermination d'un plan de production cyclique optimal en supposant que le cycle est commun pour tous les produits. Les auteurs ont proposé une formulation mathématique, laquelle permet la détermination de la taille des lots de produits et leur ordonnancement.

(Pinto *et al.*, 1994) considèrent simultanément le problème de dimensionnement des unités de production continues et celui de la détermination du cycle et de la séquence de production optimaux des produits, dans un contexte de demande constante et continue sur un horizon infini.

Dans (Ouenniche *et al.*, 2001) les auteurs traitent, dans le cas d'une demande statique, le problème de lotissement (tailles des lots de fabrication) et d'ordonnancement pour un atelier travaillant à la demande, pour un horizon de planification défini et fixé. L'objectif poursuivi est la mise en place d'un ordonnancement cyclique minimisant la somme des coûts de lancement, d'encours, et de stockage des produits, en calculant la durée du cycle optimal et déterminant un ordonnancement des jobs sur cette durée.

Les auteurs proposent dans un premier temps une approche, appelée méthode de cycle commun, qui consiste à considérer une durée de cycle identique à tous les produits. Cette approche est composée de trois étapes, dont les deux premières se basent sur la résolution de modèles linéaires déterminant une borne inférieure (étape 1) et une borne supérieure (étape 2) de la durée de cycle commun recherchée. Les auteurs procèdent, dans la troisième étape, à la recherche d'une durée du cycle optimale, ou d'une meilleure approximation de cette durée, dans l'intervalle défini par les bornes inférieure et supérieure déterminées par les deux premières étapes.

Les auteurs ont proposé, par la suite, une méthode de résolution pour un atelier de type flow-shop, appelé la méthode de deux-groupes (TG). Cette méthode suppose que la durée de cycle de chaque produit est un multiple d'un nombre entier d'une période de base, et limite ces multiples pour prendre la valeur 1 ou K, avec K un nombre entier positif. Les auteurs recherchent d'abord une valeur de K ; divisent par la suite les produits en K sous-groupes à affecter à une seule période des K périodes du cycle global. Ils déterminent alors, en résolvant un programme non linéaire, les tailles des lots de fabrication ainsi que leur ordonnancement. Les auteurs constatent, que les résultats numériques prouvent que la méthode de TG surpasse les résultats obtenus par la méthode de cycle commun.

Le même problème a été étudié dans (Ouenniche *et al.*, 2001), pour le cas d'un atelier de type job shop. Les auteurs ont proposé une méthode, appelé la méthode Cycle Multiple (MC), fondée sur l'hypothèse que la durée de cycle de chaque produit est un multiple d'un nombre entier d'une période de base. Cette méthode MC, se basant sur la résolution de trois sous problèmes, a été comparée à la méthode du cycle commun et les résultats numériques prouvent qu'elle s'exécute mieux.

Les travaux (Hacid, 2000) ont porté sur la détermination d'un cycle de production optimal, minimisant les coûts de lancement et de stockage, pour un nœud d'approvisionnement possédant une machine goulet et pour lequel les demandes sont de nature cyclique. L'auteur a proposé une approche en trois étapes. Dans la première étape, la méthode consiste à trouver pour chacun des produits, en calculant les groupages optimaux des demandes de livraison, un cycle de production optimal. L'auteur suppose que la durée du cycle de production de chaque produit est un multiple entier de la durée de son cycle de livraison.

La seconde étape de la méthode consiste à trouver un cycle de production optimal pour l'ensemble des produits. L'auteur retient le cycle de durée égale au plus petit commun multiple (PPCM) des durées des cycles des produits, si ce PPCM ne dépasse pas une durée maximale fixée par avance. L'auteur calcule un cycle de durée inférieure avec un surcoût moindre dans le cas contraire. La troisième étape de la méthode consiste en la détermination d'un phasage optimal du cycle de production, qui consiste à trouver la date de début de cycle minimisant les différents coûts.

Nous soulignons que ces différents travaux, traitant de la construction d'un plan de production cyclique pour différents contextes, ne prennent pas en compte les contraintes liées aux ressources humaines.

2.2. État de l'art sur la gestion quantitative des ressources humaines

(Gunes, 1999) note que les ressources humaines constituent un composant essentiel pour les entreprises qu'elles soient de production ou de prestation de service, et le problème « d'ordonnancement du personnel » consistant à déterminer le nombre d'opérateurs devant être affectés à chacune des périodes du temps de travail d'une entreprise, afin de combler la charge de travail disponible, est une tâche importante de planification.

L'auteur remarque que ce problème surgit dans toute entreprise ayant les ressources humaines comme composant, et la recherche concernant ce sujet est étroitement liée avec les besoins industriels et leurs applications. Les recherches concernent, d'une part, les systèmes de prestation de services comme les infirmières dans les hôpitaux, les traiteurs de bagages dans les lignes aériennes, les opérateurs des compagnies téléphoniques, équipages d'air dans les stations aériennes ou les patrouilles de personnes dans le département de la police. Ces recherches concernent aussi les systèmes manufacturiers en général et plus particulièrement dans le cas de production continue.

(Aykin, 1998) montre que dans les systèmes de prestation de services, dans lesquels la demande en services change durant une même journée, il est indispensable de savoir la capacité en ressources humaines nécessaire pour maintenir un certain degré de qualité de service. Il note que d'une sous estimation de cette capacité, engendrant un faible coût, découlera une détérioration de la qualité de service ; et que d'une sur-estimation de cette capacité, pouvant garantir un certain niveau de qualité de service, résultera une sous-utilisation de cette capacité et un coût exorbitant. L'auteur souligne l'importance pour une organisation de service d'ordonnancer leurs ressources humaines d'une manière très efficace afin de minimiser leurs coûts et garantir un bon niveau de qualité de service.

Dans (Seyda, 2002), l'auteur souligne l'importance du problème d'ordonnancement des ressources humaines pour les entreprises de prestation de services faisant face à une demande

diversifiée chaque heure du jour et chaque jour de la semaine, et l'ordonnancement de personnel constitue une tâche clé dans ces entreprises.

2.2.1. Définition du problème d'ordonnancement des ressources humaines

On recense, dans la littérature, diverses définitions du problème d'ordonnancement des ressources humaines. (Gunes, 1999) le définit comme étant le problème d'affectation de façon optimale des ressources de travail disponibles aux besoins d'une entreprise et en considérant toutes les contraintes applicables. L'auteur note qu'une solution à ce problème consiste en l'élaboration d'un planning de travail pour chaque opérateur, lui spécifiant les temps (moments) de travail (*on*) et de repos (*off*) durant la période de planification.

Dans (Ernst, 2004), l'auteur définit le problème d'ordonnancement du personnel, pour une entreprise, comme étant le problème consistant à construire les emplois du temps du personnel de cette entreprise satisfaisant ses demandes en biens ou en services. L'auteur souligne que la première partie de cette construction consiste à déterminer le nombre d'opérateurs, et leurs compétences nécessaires pour répondre à la demande. La seconde partie de cette construction consiste en l'allocation des opérateurs aux différents quarts, répondant aux différents niveaux de besoin dans le temps, dans le respect de la réglementation du code de travail.

L'auteur souligne qu'il est extrêmement difficile de trouver de bonnes solutions pour ces problèmes très contraints et complexes, et qu'il est plus difficile encore de déterminer des solutions optimales minimisant les coûts, respectant les préférences des employés, distribuant équitablement les quarts entre les opérateurs et respectant la réglementation. Les chercheurs procèdent alors en plusieurs étapes pour la résolution de ce type de problème.

Nous présentons ci-après quelques études décomposant le problème d'ordonnancement des ressources humaines en plusieurs sous problèmes.

2.2.2. Différentes étapes de résolution d'un problème d'ordonnancement des ressources humaines.

(Tien *et al.*, 1982) traitent le problème d'ordonnancement des ressources humaines et proposent une approche séquentielle en considérant trois sous problèmes : allocation, ordonnancement des repos et allocation des quarts.

Le problème d'allocation consiste à déterminer le nombre d'opérateurs nécessaire pour chaque quart, chaque jour, de sorte que les besoins en terme de demande puissent être couverts. Le problème d'ordonnancement des repos consiste à assigner les jours de repos aux opérateurs, tout en respectant la législation et en s'assurant de la juste distribution des repos entre les opérateurs. Le sous-problème de l'allocation des quarts consiste à affecter les quarts de travail aux opérateurs, tout en respectant les contraintes de changement de quarts et les contraintes de succession des quarts. Les contraintes de changement des quarts spécifient les transitions de quarts autorisées et celles interdites, alors que les contraintes de succession des quarts imposent des bornes supérieures sur le nombre de jours pour lesquels un opérateur travaille dans le même quart.

De son coté (Gunes, 1999) identifie quatre étapes quant à la résolution du problème d'ordonnancement des ressources humaines :

- Étape 1 : détermination de la charge du travail à réaliser pour chaque période de travail. Cette étape consiste à calculer, à partir des demandes en biens ou en services, la charge de travail de chaque période de l'horizon de planification.
- Étape 2 : détermination du personnel nécessaire pour réaliser le travail pour chaque période. Il s'agit, dans cette étape, de calculer pour chaque période le nombre d'opérateurs nécessaires pour la réalisation de la charge de travail de la période. Ce calcul se fait à base de la charge de chaque période déterminée à l'étape 1.
- Étape 3 : détermination de l'effectif nécessaire pour réaliser le travail pour toute la durée de planification. En fonction des calculs réalisés dans l'étape 2, cette étape consiste à déterminer et à dimensionner la quantité du personnel nécessaire tout au long de l'horizon de planification.

- Étape 4 : affectation du personnel. Il s'agit dans cette étape d'affecter les opérateurs aux quarts de travail. Un emploi du temps de chaque opérateur sur toute la durée de l'horizon de planification sera déterminé. Cette affectation du personnel aux périodes de travail et de repos doit satisfaire toutes les contraintes fixées par les règles de travail et doit maximiser les satisfactions personnelles des opérateurs.

De façon générale, (Ernst, 2004) constate que le développement d'un ordonnancement de personnel nécessite la mise en place d'une procédure étape par étape (plusieurs modules) et dans plusieurs applications plusieurs modules doivent être combinés dans une même procédure. L'auteur identifie les six modules suivants composant une procédure d'ordonnancement du personnel :

- Module 1. Modélisation de la demande en opérateurs

Ce premier module concerne la détermination du nombre d'opérateurs nécessaires pour chaque période de temps de l'horizon de planification.

- Module 2. Ordonnancement des repos.

Il consiste à déterminer les périodes de repos à intercaler entre les périodes de travail. En fonction de la politique suivie en terme de congés et de pauses, il s'agit dans ce module, d'affecter les jours de repos aux opérateurs.

- Module 3. Ordonnancement des quarts

Il s'agit, dans ce module, de déterminer et de sélectionner, parmi plusieurs possibles, les quarts qui seront travaillés, ainsi que l'affectation d'un nombre d'opérateurs pour chaque quart pour répondre à la demande. On considère également le problème de détermination des horaires de travail et des pauses des opérateurs dans les limites de la réglementation en cours.

- Module 4. Construction des lignes de travail

Ce module consiste en la construction des lignes de travail (ordonnancement de travail, emploi du temps) pour chaque opérateur. Cette construction dépend de l'ordonnancement des quarts (module 3) et doit respecter les lois en vigueur. Plusieurs types de contraintes sont à considérer à ce niveau : par exemple il n'est pas autorisé de faire suivre immédiatement une séquence de quarts de nuit par un quart de jour. Ce module doit prendre en compte les lois relatives à ces lignes de travail et celle par rapport au besoin en opérateurs. La première assure

la satisfaisabilité des lignes de travail des opérateurs, et la seconde assure le respect en besoin d'opérateurs sur chacune des périodes de l'horizon de planification.

- **Module 5. Affectation des tâches**

Il s'agit, dans ce module, d'affecter une ou plusieurs tâches devant être exécutées durant chaque quart. Ces tâches peuvent nécessiter un certain niveau de compétence ou d'expérience des opérateurs et doivent être associées à des lignes de travail particulières.

- **Module 6. Affectation du personnel**

Le dernier module consiste en l'affectation des opérateurs aux lignes de travail. Il peut être réalisé durant la construction des lignes de travail. Dans plusieurs applications, ce module est réalisé manuellement, et les opérateurs sélectionnent, en se basant sur leurs expériences, leurs lignes de travail parmi l'ensemble des lignes de travail définies. Dans le cas où le module n'est pas réalisé manuellement, il n'est pas avantageux de considérer ce module indépendamment et il est préférable de le considérer dans la construction des lignes de travail (module 3).

2.2.3. Techniques de résolution du problème d'ordonnancement des ressources humaines

Plusieurs principes et méthodes ont été utilisés pour la résolution des problèmes d'ordonnancement des ressources humaines. Les premières méthodes utilisées pour la résolution de ces problèmes sont de type programmation mathématique. Les problèmes d'ordonnancement des ressources humaines sont modélisés par des modèles mathématiques en nombre entier. (Michael et *al.*, 1995) soulignent que Dantzing était le premier à étudier le problème d'ordonnancement des ressources humaines, et a proposé une modélisation basée sur celle de « set covering » et dont l'objectif est de déterminer une affectation des opérateurs satisfaisant la demande de chaque période.

De son côté (Faizul, 2003) considère le problème de minimisation du makespan et celui de l'ordonnancement des ressources humaines. Il développe un modèle mathématique linéaire mixte en nombre entier pour un flow shop à plusieurs stations, dont l'objectif est la minimisation de la durée de séjour des jobs sur les machines, le dimensionnement de la capacité en terme de ressources humaines nécessaire.

(Seyda, 2002) propose quant à lui un modèle mathématique en nombre entier pour le problème d'ordonnancement des ressources humaines dans le cas où les durées des quarts de travail sont différentes, les durées des repos sont différentes et les temps de pauses sont flexibles.

Des méthodes de type programmation par contraintes ont été aussi utilisées, et combinées à des techniques traditionnelles de la recherche opérationnelle. L'avantage de ces méthodes est qu'elles permettent d'exprimer facilement des contraintes complexes, et sont considérées bonnes lorsque le problème est hautement contraint et complexe. Dans (Guerinik et al., 1995) les auteurs ont utilisé, pour la résolution d'un problème d'ordonnancement des opérateurs, la programmation par contraintes comme premier procédé pour réduire la taille du problème, avant de procéder à l'optimisation en ayant recours à la programmation linéaire en utilisant la méthode du branch and bound.

Les méta-heuristiques ont été aussi utilisées pour la résolution des problèmes d'ordonnancement des ressources humaines. La popularité des méta-heuristiques, dans la résolution de ce type de problème, est due à plusieurs facteurs. Le premier facteur est leur robustesse : quand elles ne garantissent pas de trouver des solutions optimales, elles donnent souvent de bonnes solutions pour des temps d'exécution très faibles. Le second facteur est qu'elles permettent l'intégration et l'exploitation des informations spécifiques au problème considéré.

(Gary, 1995) propose une approche de type recuit simulé pour la résolution du problème d'ordonnancement des quarts. Il suppose que les durées des quarts ne sont pas identiques, que chaque opérateur est disponible juste pour une portion spécifique et définie dans la journée. Pour chaque opérateur est associé un ensemble de durées de quarts auxquels il peut être affecté. L'auteur évalue la performance de l'approche recuit simulé pour différentes structures de voisinage.

2.2.4. Ressources humaines et compétences

Un autre aspect, lié aux ressources humaines et à considérer dans les problèmes d'ordonnancement des ressources humaines, est la compétence des opérateurs. En effet,

plusieurs études en ordonnancement de personnel intègrent les différences de compétences entre les opérateurs.

(Rangarajan, 95) propose dans sa contribution un algorithme optimal pour l'ordonnancement des opérateurs pour une entreprise dans le cas où leurs compétences sont organisées de façon hiérarchique. Il suppose que l'entreprise travaille un quart par jour, et qu'il existe plusieurs catégories d'opérateurs suivant leurs compétences. Un opérateur d'un certain niveau de hiérarchie peut accomplir le travail nécessitant un niveau inférieur, et pas l'inverse. L'objectif étant de trouver le nombre d'opérateurs de chaque catégorie satisfaisant un profil de demande en opérateurs, et un ordonnancement économique de ces opérateurs satisfaisant des caractéristiques de travail souhaitées.

L'auteur étudie le cas où les demandes en opérateur varient d'une catégorie à une autre, et pour chaque catégorie la demande en opérateur est fixe durant la semaine et est différente de celle de week-end. Il définit, par ailleurs, deux caractéristiques de travail souhaitées : (i) chaque opérateur doit avoir un repos de deux jours par semaine, et une proportion de A sur B week-ends; (ii) chaque opérateur peut avoir au plus cinq quarts de travail entre deux repos. L'auteur propose un algorithme optimal en plusieurs étapes pour la dimensionnement et l'ordonnancement des ressources humaines.

(Billionnet, 1999) étudie un problème similaire et considère une décomposition hiérarchique des compétences des opérateurs, un opérateur d'un niveau hiérarchique supérieur pouvant accomplir le travail nécessitant des niveaux de compétence inférieurs. A chaque type d'opérateur est associé un coût.

L'auteur suppose que la demande en capacité des ressources humaines varie dans la semaine, et chaque opérateur a le droit à un nombre de jours de repos par semaine. L'auteur propose un modèle mathématique en nombre entier déterminant, à moindre coût, le nombre d'opérateurs nécessaires pour chaque catégorie et leur ordonnancement.

Dans (Thomas, 2002), l'auteur présente une approche permettant la mise en place d'un ordonnancement cyclique des opérateurs ayant divers niveaux de compétence, et analyse l'impact de la variation de ces compétences sur les délais de service et par conséquent la qualité de service.

D'autres études sur l'ordonnancement des ressources humaines intègrent l'aspect « préférence » des opérateurs. Cet aspect est plus répandu dans les systèmes hospitaliers lorsqu'il s'agit d'ordonnancer les interventions des infirmières.

(Bard, 2003) note que le problème d'ordonnancement des infirmières, très largement étudié dans la littérature, est hautement contraint : contraintes liées à la politique suivie par l'hôpital, contraintes sur les compétences des infirmières, la fluctuation permanente de la demande, les préférences des infirmières, ...

Plusieurs autres approches ont été proposées pour l'étude de ce problème d'ordonnancement des infirmières avec prise en compte de leurs préférences. (Bard, 2003) a proposé dans son étude une approche basée sur la génération de colonnes pour la résolution de ce problème, et (Dowland, 1997) a proposé une méthode de type recherche tabou pour ce problème.

2.2.5. Ressources humaines comme levier de flexibilité

Par ailleurs, on recense dans la littérature, plusieurs études exploitant les ressources humaines comme un levier de flexibilité des entreprises et particulièrement des systèmes de production.

Dans (Chaabouni *et al.*, 2003) les auteurs ont étudié le problème de gestion des ressources humaines dans les entreprises travaillant sous commandes-contrat avec leurs donneurs d'ordre. Dans ce contexte, les entreprises sont liées pour une longue période par des programmes globaux de commandes sur la base de quantités prévisionnelles. Les auteurs notent que ces entreprises doivent être capables de gérer la flexibilité de la capacité main d'œuvre afin de répondre à la fluctuation de la demande réelle qui n'est connue qu'à court terme.

Les auteurs soulignent que cette flexibilité peut être réalisée grâce au recours aux heures supplémentaires, aux intérimaires ou à la sous-traitance tout en respectant les contraintes législatives. Ces dernières posent les règles à respecter en terme d'heures de travail tolérées par opérateur, d'utilisation des heures supplémentaires ou encore le recours aux intérimaires.

De leur côté, (Kane *et al.*, 2001) ont proposé un modèle d'ajustement de la capacité de production à la charge réelle de travail basé sur les ressources humaines. Ce modèle fait recours, à moindre coût, à l'utilisation des heures supplémentaires et aux intérimaires.

2.2.6. Ressources humaines et productivités des équipements

Plusieurs autres études sur la gestion des ressources humaines dans les systèmes de production, mettent en évidence la relation existant entre les affectations des opérateurs aux machines et les productivités de ces machines.

(Crocchi *et al.*, 2000) notent que, dans ces systèmes partiellement automatisés, les opérateurs effectuent souvent des opérations de chargement, déchargement et transport et que de leur bonne affectation dépend la productivité des équipements.

En effet, les auteurs ont étudié l'influence de la gestion de la main d'œuvre sur les performances des systèmes partiellement automatisés. Il remarquent que bien que les tâches principales des opérateurs soient caractérisées par des petites durées et par de grands espacements de temps au cours desquels les machines travaillent de manière complètement autonome, la manière dont sont organisées les interventions des opérateurs dans le système a un impact considérable sur ses performances.

Dans (Grabot *et al.*, 2000) les auteurs constatent que la variation perpétuelle des demandes des clients, poussant à rechercher le meilleur équilibre entre flexibilité et productivité dans le système de production, fait des ressources humaines l'élément clé de la productivité et de la réactivité du système. Les auteurs ont soumis un questionnaire à 19 entreprises de différents secteurs, sur l'importance de la prise en compte des ressources humaines. Ils constatent que les temps opératoires varient fréquemment (47%) ou toujours (27%) en fonction de l'affectation des opérateurs aux machines.

Toutefois, plusieurs sources, liées aux ressources humaines, peuvent être à l'origine de la différence des temps opératoires des jobs et donc des productivités des machines. Dans (Jones, 2001) l'auteur constate que les opérateurs ayant fait des études supérieures sont plus productifs que ceux ayant faits des études secondaires, lesquels sont plus productifs que les opérateurs n'ayant pas fait d'études.

Dans (Buzacott, 2002) l'auteur note que la différence de productivité entre opérateurs peut être due à leur expérience à exécuter une tâche donnée, ou tout simplement à la nature humaines : les personnalités diffèrent.

Plusieurs autres facteurs, également liés aux ressources humaines sont à l'origine de la variation des productivités des équipements. Parmi ces facteurs : les compétences que possèdent les opérateurs sur les machines, la présence d'apprentis ou/et d'intérimaires, dans l'atelier de production, qui peuvent affecter la productivité du système en raison de phénomènes d'apprentissage, ou encore lorsque le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines. Pour ce dernier facteur, la supervision simultanée de plusieurs machines par un même opérateur peut affecter leurs productivités.

Nous nous situons dans ce présent travail, dans le contexte où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, et où le partage d'un opérateur sur plusieurs machines diminue leurs productivités.

Conclusion

Nous avons exposé dans cette partie le contexte global de nos travaux de recherche, et présenté notre problématique de recherche. Cette dernière concerne la prise en compte des ressources humaines en production cyclique. Plus précisément, nous supposons :

- Disposer d'un plan de production cyclique pour un atelier de type flow shop défini pour des productivités des machines égales à 1 ;
- Disposer d'un nombre d'opérateurs inférieur au nombre de machines;
- Un opérateur peut superviser plusieurs machines simultanément et la supervision simultanée de plusieurs machines par un opérateur réduit leurs productivités,
- Il n'y a aucune différence entre les opérateurs.

Nous étudions alors le problème d'existence d'une affectation réalisable, consistant à chercher une affectation des opérateurs réalisant le plan de production cyclique de base dans le respect de sa durée.

Nous avons présenté par la suite, dans le chapitre 2, une étude bibliographique sur les systèmes de production cyclique et sur les ressources humaines. Dans la première étude bibliographique, nous avons donné plusieurs définitions d'un système de production cyclique et présenté les avantages et complexités de la mise en œuvre de tels systèmes. Nous avons

également exposé quelques travaux de recherche portant sur la détermination d'un plan de production cyclique optimal pour divers contextes d'atelier.

Dans la seconde étude bibliographique, nous avons recensé plusieurs travaux réalisés sur l'ordonnancement des ressources humaines en entreprise. Après avoir donné quelques définitions du problème d'ordonnancement des ressources humaines en entreprise, nous avons exposé les différentes étapes suivies dans l'étude de tels problèmes connus pour être complexes et hautement contraints. Nous avons présenté par la suite des approches pertinentes utilisées pour la résolution de ces problèmes et les différents aspects relatifs aux ressources humaines, que les chercheurs prennent en compte. Nous avons également exposé des travaux mettant en évidence l'impact des ressources humaines sur les productivités des équipements du système.

Nous présentons dans la partie suivante une proposition de modélisation des ressources humaines en atelier.

PARTIE II : Modélisation des ressources humaines en ordonnancement d'atelier

Nous présentons, dans cette partie, une proposition de modélisation des ressources humaines en ordonnancement d'atelier. La modélisation des ressources humaines en ordonnancement repose sur trois notions principales que nous définissons : le poste de charge, la configuration d'atelier et l'affectation des opérateurs. En nous appuyant sur ces trois notions, nous analysons l'impact de l'affectation des ressources humaines sur les productivités des machines et leur implication sur l'ordonnancement d'atelier.

Nous définissons par la suite la notion de graphe des configurations d'atelier, concept de base de notre présente étude, et distinguons trois modes de gestion des réaffectations des opérateurs dans l'atelier.

En nous basant sur le graphe des configurations d'atelier, nous proposons alors une définition mathématique d'un ordonnancement combinant le séquençement des jobs et les choix d'affectation des opérateurs. Nous concluons cette partie par la présentation d'une étude sur la nature du graphe des configurations d'atelier et ses incidences sur la complexité du problème d'ordonnancement d'atelier.

Chapitre 3 : Proposition d'une modélisation des ressources humaines en ordonnancement d'atelier

<u>3.1. Introduction</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.2. Définitions</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.2.1. Poste de charge</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.2.2. Configuration d'atelier</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.2.3. Affectation des opérateurs</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.3. Impact des ressources humaines sur les productivités des machines</u> .	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.3.1. Impact de l'activation des postes de charge sur les productivités des machines</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.3.2. Impact des configurations d'atelier sur les productivités des machines</u> ...	<i>Erreur !</i>
Signet non défini.	
<u>3.3.3. Impact des affectations des opérateurs sur les productivités des machines</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.4. Problème d'ordonnancement d'atelier</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.4.1. Limitations du modèle</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.4.2. Graphe des configurations d'atelier</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.4.3. Définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.5. Nature du graphe des configurations</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.5.1. Cas général : postes de charge composés d'un combinaison quelconque de machines</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.5.2. Cas particulier 1 : un opérateur peut superviser deux machines successives simultanément</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>3.5.3. Cas particulier 2 : un opérateur supervise un nombre quelconque de machines successives</u>	<i>Erreur !</i>
Signet non défini.	

3.1. Introduction

Nous proposons, dans ce chapitre, une modélisation des ressources humaines en ordonnancement d'atelier. Nous introduisons d'abord les notions de poste de charge, de configuration d'atelier et d'affectation des opérateurs correspondant aux trois niveaux de cette modélisation. Nous définissons par la suite la notion de graphe des configurations d'atelier, concept de base pour la définition d'un ordonnancement d'atelier incluant les ressources humaines, et distinguons trois modes de gestion pour l'affectation des opérateurs dans l'atelier.

Nous donnons, par la suite, une définition mathématique d'un ordonnancement combinant le séquençement des jobs et le choix d'affectation des opérateurs. Nous concluons ce chapitre par la présentation d'une étude sur la nature du graphe des configurations d'atelier.

3.2. Définitions

« L'ordonnancement d'atelier consiste à planifier dans le temps, en vue d'optimiser un ou plusieurs critères de performance donnés, le passage d'un ensemble de travaux sur un ensemble de machines ainsi que le placement des opérateurs sur ce même ensemble de machines » (Carlier et al., 1988). Cette définition de l'ordonnancement, ne se limitant pas au « séquençement » des travaux (jobs), suppose la prise en compte des contraintes de gamme sur ces travaux (graphe des précédences entre travaux, ressources machines exécutant les tâches composant ces travaux), des contraintes sur les opérateurs (horaires de travail, pauses, week-end, compétences sur les différentes ressources machines,...), ainsi que des contraintes spécifiques au type d'atelier considéré (Flow Shop, Job Shop, machines parallèles,...).

Un ordonnancement réalisable, respectant toutes ces contraintes, définit d'une part l'ordre de passage des travaux sur les ressources machines, et d'autre part l'emploi du temps des opérateurs avec leur placement sur les différentes ressources machines. En effet, un ordonnancement réalisable définit pour chaque opérateur son emploi du temps et les dates de ses interventions sur les machines. Cet ordonnancement définit également la séquence de passage des travaux sur les machines ainsi que les dates de début et de fin de réalisation de ces travaux sur ces machines.

Cependant (Conway, 1967) remarque dès 1967 la complexité des problèmes d'ordonnancement d'atelier dans la réalité et la difficulté d'offrir un cadre théorique couvrant l'ensemble de cette réalité industrielle. C'est pourquoi il propose, à cette époque, de limiter grandement les modèles théoriques au problème de séquençement des jobs (« sequencing »).

Les travaux de recherche de (Dauzere et al., 1998) portent sur l'étude du problème d'ordonnancement dans sa globalité, et visent à « déterminer à la fois une affectation et une séquence des opérations sur les ressources, éventuellement ressources humaines, qui minimisent un critère donné ». Dans ces travaux les auteurs supposent qu'« une opération peut avoir besoin de plusieurs ressources pour être faite, et chacune de ces ressources peut être choisie dans un ensemble donné » et la durée opératoire d'une opération dépend des ressources sur lesquelles elle a été affectée. Dans ce contexte, les ressources humaines seront affectées aux opérations au même titre que les ressources machines. De plus les ressources humaines exécutant une opération ne varient pas dans le temps, et donc les durées opératoires des opérations ne varient pas dans le temps.

Les modèles existants et traitant du problème de séquençement relaxent complètement les contraintes liées à la gestion des opérateurs dans l'atelier, et ne se soucient pas du problème d'affectation de ces opérateurs aux machines. Ces modèles prennent en compte uniquement les contraintes relatives aux travaux et les contraintes liées aux ressources machines, et ne considèrent aucune restriction quant aux ressources humaines qui sont supposées infinies et disponibles à tout moment.

Dans son livre (Pinedo, 2002), Michael Pinedo souligne qu'« un nombre important de recherches a été réalisé sur le strict problème d'ordonnancement des ressources humaines (indépendamment des machines), et peu de recherches ont été menées sur les modèles combinant le problème d'ordonnancement des ressources humaines avec celui des machines. Il est très intéressant d'étudier dans l'avenir des modèles spécifique combinant le problème d'ordonnancement des machines à celui des ressources humaines ». Ce problème d'ordonnancement intégrant l'affectation des opérateurs aux machines consiste à déterminer l'état d'atelier au cours du temps.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la prise en compte des contraintes liées aux ressources humaines dans les problèmes d'ordonnancement d'atelier. Considérer le problème

d'ordonnancement d'atelier dans sa globalité, c'est-à-dire en prenant en compte l'influence de l'affectation des ressources humaines sur les activités de production, impose en plus de la gestion de la séquence des travaux (dans quel ordre passent les travaux ?), la gestion des configurations d'atelier en poste de travail (quels sont les postes actifs ?) et la gestion des affectations des hommes aux postes de travail (qui fait quoi ?).

Dans notre contexte, nous considérons l'affectation des ressources humaines aux machines et non pas aux opérations. Les durées opératoires des opérations seront donc variables et fonction des affectations des ressources humaines aux machines retenues.

Afin de pouvoir introduire la modélisation d'un problème d'ordonnancement d'atelier avec la prise en compte des ressources humaines, plusieurs définitions sont nécessaires. Ces dernières, peu usitées en ordonnancement théorique, sont en revanche très fréquemment utilisées en milieu industriel.

3.2.1. Poste de charge

Un *poste de charge* « *pc* » est un sous-ensemble de machines, de cardinal supérieur ou égal à un, pouvant être supervisé par un seul opérateur. Cette définition introduit la notion d'affectation simultanée d'un opérateur à plusieurs machines. On parle alors de partage d'opérateurs, ou encore d'opérateurs fractionnaires.

Le fait qu'un seul opérateur puisse être en charge de plusieurs machines s'est généralisé avec les machines partiellement automatisées (Crocci, 2000), qu'il s'agisse de machines à commande numérique (tours, fraiseuses, centre d'usinage, ...) ou de machines spécialisées (presses, presses à injecter, ...). En effet, sur ces machines semi-automatiques, le rôle de l'opérateur se limite souvent à des micro-opérations de chargement, déchargement, contrôle, nettoyage ou maintenance de premier niveau et entre lesquelles l'opérateur peut intervenir sur un autre équipement.

Dans ce contexte, à un moment donné un opérateur supervise au plus un seul poste de charge, et peut superviser plusieurs postes de charge différents au long de l'horizon de planification.

Cependant, les postes de charge ne constituent pas une partition de l'ensemble des machines mais bien un recouvrement, et une même machine peut être incluse dans plusieurs postes de

charge (voir figure 3.1). Nous supposons pour la suite que chaque machine constitue, à part entière, un poste de charge ; autrement dit chaque machine peut être supervisée en exclusivité par un opérateur.

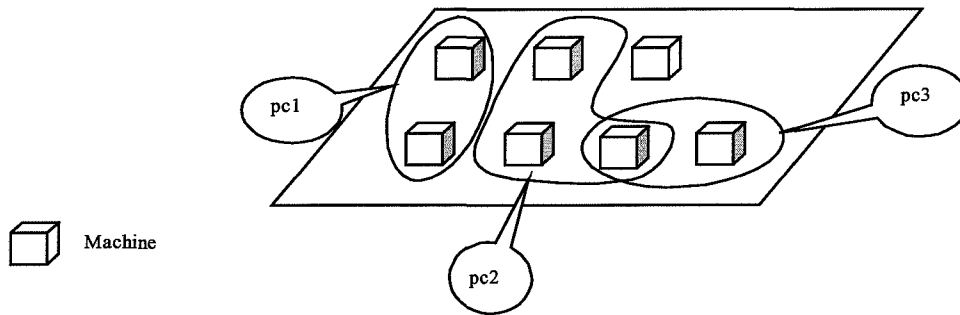


Figure 3. 1. Postes de charge

Si cette définition de poste de charge est utilisée dans certains logiciels de Gestion des Opérations (partie fabrication –*manufacturing*– des Progiciels de Gestion Intégrés, les *Enterprise Resource Planning*), elle n'est pas présente dans les modèles classiques d'ordonnancement.

Nous soulignons que dans le cas où le nombre d'opérateurs est égal au nombre de machines, le nombre de postes de charge possibles, qui seront composés d'une seule machine, est égal au nombre de machines sous l'hypothèse qu'à chaque moment un opérateur supervise un et un seul poste de charge. Dans le cas où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, le nombre de postes de charge possibles devient supérieur au nombre de machines.

En se basant sur l'exemple de référence, introduit dans le chapitre 1, (atelier à trois machines et de deux opérateurs) nous présentons dans le tableau 3.1. suivant les sept différents postes de charges possibles :

Est composé de		M1	M2	M3
Postes de charge mono machine	pc1	X		
	pc2		X	
	pc3			X
Postes de charge à deux machines	pc4	X	X	
	pc5	X		X
	pc6		X	X
Postes de charge à trois machines	pc7	X	X	X

Tableau 3. 1. Liste des postes de charge possibles

3.2.2. Configuration d'atelier

Une *configuration d'atelier* « *c* » est un ensemble de postes de charge pouvant être simultanément actifs. Le nombre de postes de charge actifs pour une configuration correspond au nombre d'opérateurs simultanément présents dans l'atelier, sous l'hypothèse qu'un opérateur supervise un et un seul poste de charge à la fois. Une configuration d'atelier détermine alors l'ensemble des machines supervisées par les opérateurs simultanément présents dans l'atelier.

Nous admettons, toutefois, que deux postes de charge peuvent être simultanément actifs s'ils ne contiennent pas une même machine (voir figure 3.2). Nous interdisons ainsi l'intervention simultanée de deux opérateurs sur une même machine.

La notion de configuration d'atelier exprime qu'à un instant donné, les équipements d'un atelier ne sont pas tous actifs simultanément. Ainsi, pour démarrer un nouvel équipement, il sera nécessaire de déplacer un opérateur, donc d'arrêter un autre poste de charge.

Dans le cas particulier où les postes de charge sont tous mono-machine (un opérateur par machine) et où le nombre d'opérateurs est le même que le nombre de machines, l'ensemble des configurations sera réduit à une seule configuration d'atelier avec tous les postes de charge actifs.

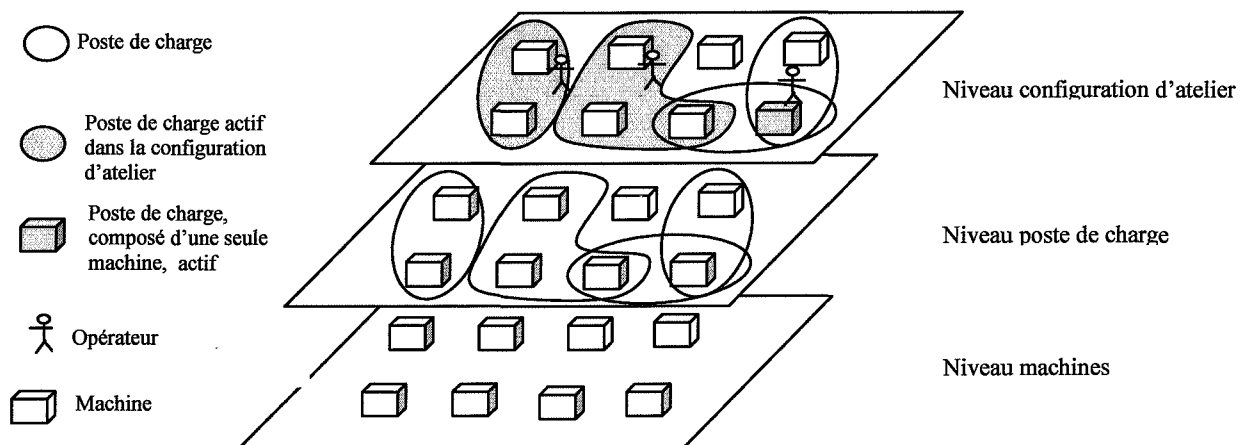


Figure 3. 2. Configurations d'atelier

Pour notre exemple (atelier à trois machines) nous pouvons définir trois classes de configurations d'atelier en fonction du nombre d'opérateurs: configurations à un opérateur, à deux opérateurs et à trois opérateurs.

La classe des configurations d'atelier à un opérateur sera composé de sept ensembles mono élément correspondant aux sept postes de charge ($\{pc1\}$, $\{pc2\}$, $\{pc3\}$, $\{pc4\}$, $\{pc5\}$, $\{pc6\}$, $\{pc7\}$); alors que la classe des configurations d'atelier à trois opérateurs est composé uniquement de l'ensemble des trois premier postes de charges ($\{Pc1, Pc2, Pc3\}$).

La classe des configurations d'atelier à deux opérateurs sera composée des six ensembles de postes de charge suivants : $c1 : \{Pc1, Pc2\}$, $c2 : \{Pc1, Pc3\}$, $c3 : \{Pc2, Pc3\}$, $c4 : \{Pc1, Pc6\}$, $c5 : \{Pc2, Pc5\}$, $c6 : \{Pc3, Pc4\}$. Chaque configuration d'atelier comprend des postes de charges actifs ne contenant pas une même machine. Le tableau 3.2. suivant synthétise les postes de charges actifs de chacune des configurations d'atelier à deux opérateurs, et donne le partage des deux opérateurs entre les machines supervisées pour chacune de ces configurations d'atelier.

	Postes de charge actifs de la configuration						Machines supervisées dans la configuration		
	pc1	pc2	pc3	pc4	pc5	pc6	M1	M2	M3
c1	X	X					Op1	Op2	
c2	X		X				Op1		Op2
c3		X	X					Op1	Op2
c4	X					X	Op1	Op2	Op2
c5		X			X		Op1	Op2	Op1
c6			X	X			Op1	Op1	Op2

Tableau 3. 2. Postes de charges actifs des configurations d'atelier

Notons enfin qu'une configuration d'atelier peut être utilisée à plusieurs reprises au long de l'horizon de planification.

3.2.3. Affectation des opérateurs

Une *affectation des opérateurs* « at » est une *bijection* de l'ensemble des postes de charge actifs d'une configuration d'atelier vers un sous ensemble d'opérateurs. Elle détermine, en plus des machines supervisées par des opérateurs, le nombre d'opérateurs et les opérateurs simultanément présents dans l'atelier. Ce n'est qu'à ce niveau que l'on précise quel opérateur est affecté à quel poste de charge actif d'une configuration d'atelier (voir figure 3.3).

A une configuration d'atelier, peuvent être associées plusieurs affectations des opérateurs. Une affectation des opérateurs correspond à une seule et unique configuration d'atelier. La figure 3.3 détaille les différents niveaux de prise en compte des ressources humaines en ordonnancement d'atelier.

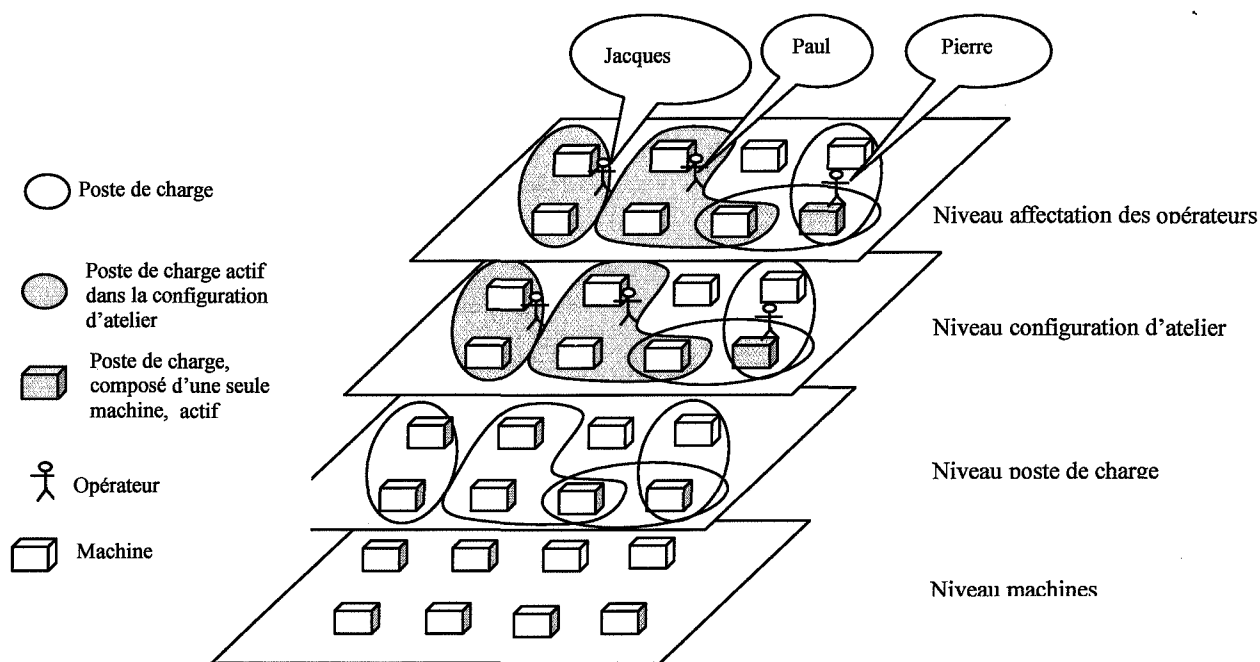


Figure 3. 3. Affections des opérateurs

A titre illustratif, et en supposant que les opérateurs pouvant superviser les postes de charges pc1 et pc2 de l'exemple de référence (atelier à trois machines et deux opérateurs) sont tels que schématisés sur la figure 3.4., les différentes affectations des opérateurs que l'on peut associer à la première configuration d'atelier c1 à deux opérateurs sont décrites dans le tableau 3.3. suivant :

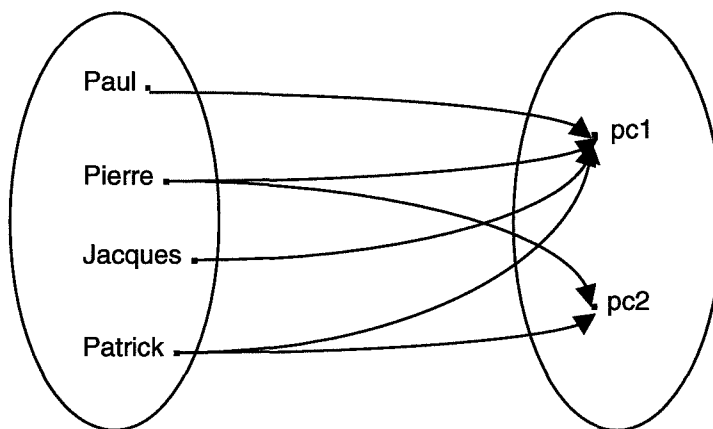


Figure 3. 4. Affectations des opérateurs possibles

	Pc1	Pc2
affectation 1	Paul	Pierre
affectation 2	Paul	Patrick
affectation 3	Pierre	Patrick
affectation 4	Jacques	Pierre
affectation 5	Jacques	Patrick
affectation 6	Patrick	Pierre

Tableau 3. 3. Affectations des opérateurs associées à une configuration d’atelier

Nous soulignons que tout comme les configurations d’atelier, une affectation des opérateurs peut être utilisée plusieurs fois au long d’un horizon de planification.

Nous consacrons la section suivante à l’analyse de l’influence de l’affectation des ressources humaines sur les productivités des machines en considérant cet impact sur les productivités des machines à trois niveaux : poste de charge, configuration d’atelier et affectation des opérateurs.

3.3. Impact des ressources humaines sur les productivités des machines

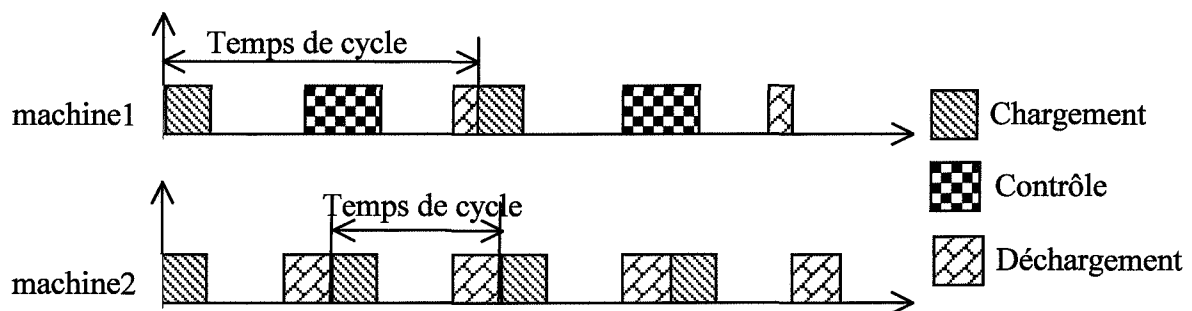
La conséquence majeure de la prise en compte des ressources humaines dans les problèmes d’ordonnancement d’atelier est la variation des productivités des machines induite par ces ressources humaines. En effet, plusieurs cadences de production des machines peuvent être obtenues du fait de l’activation des postes de charge, des choix de configuration d’atelier et d’affectation des opérateurs. Cette variation de cadences de production des machines se répercute sur les durées opératoires des tâches exécutées sur ces dernières.

Nous présentons dans ce qui suit les différents facteurs liés aux postes de charge, aux configurations d’atelier et aux affectations des opérateurs, et qui sont à l’origine de la variation des cadences de production des machines.

3.3.1. Impact de l'activation des postes de charge sur les productivités des machines

La considération des postes de charge définit les partages possibles des opérateurs entre les machines. Lorsqu'un opérateur est partagé entre plusieurs machines, cela signifie le plus souvent que le travail sur ces machines est répétitif (plusieurs pièces identiques en série) et que sur chaque pièce, le rôle de l'opérateur est limité au chargement, déchargement et à certaines opérations de contrôle ou d'ajustement divers. Superviser plusieurs machines simultanément consiste donc à enchaîner différentes opérations élémentaires sur chaque machine pour pénaliser le moins possible les productions sur ces machines.

La figure 3.5 suivante montre un exemple de poste de charge de deux machines fabriquant deux produits différents avec deux opérateurs différents.



Comme le montre la figure 3.5., le fait d'affecter un seul opérateur au poste de charge composé de ces deux machines rend impossible la réalisation sans retard du cycle de travail théorique de chaque machine. En effet, l'opérateur ne peut effectuer au même moment une opération sur la machine 1 et une autre opération sur la machine 2. Ceci se traduit par une dégradation dans la productivité d'au moins une des deux machines.

Sur cet exemple, et en considérant séparément les machines, la charge de l'opérateur est d'environ 50% sur la machine 1, alors qu'elle est de 60% sur la machine 2. Afin de donner une charge faisable à l'opérateur, en l'affectant simultanément aux deux machines, il est nécessaire d'imbriquer les deux cycles des produits 1 et 2 sur les machines 1 et 2. La figure 3.6 suivante donne plusieurs solutions possibles.

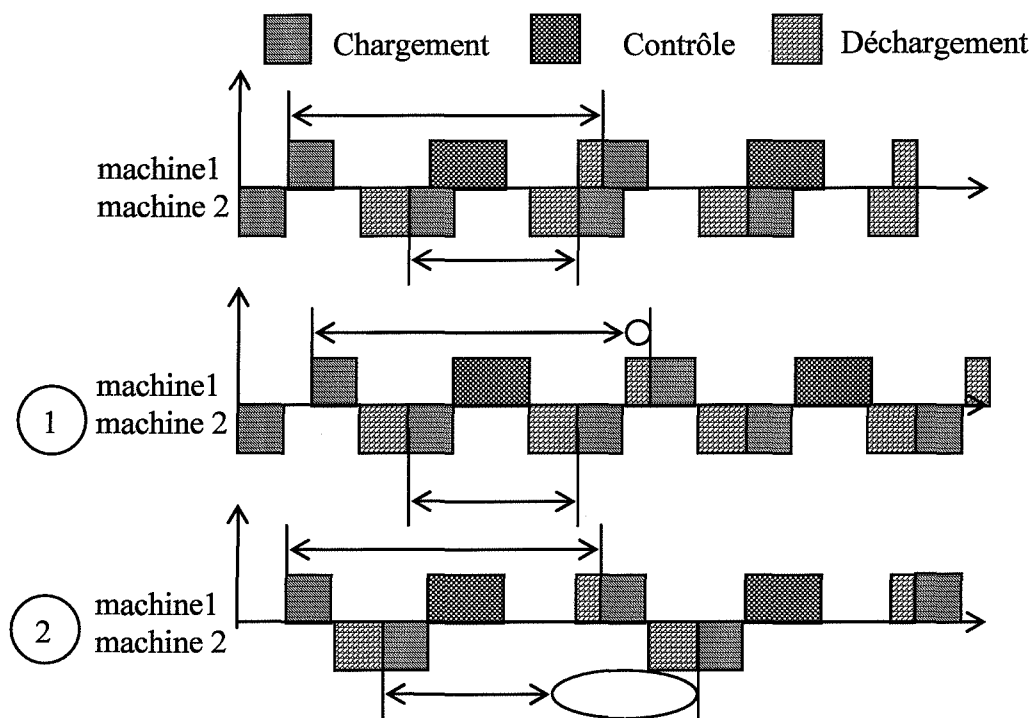


Figure 3. 6. Mouvements possibles d'un opérateur entre les machines

Comme le montre la figure 3.6, la première solution offre une charge de 100% pour l'opérateur. Le produit 2 est fabriqué avec le même cycle, et le produit 1 l'est avec une baisse de productivité de 10%. Dans la seconde solution, le taux de charge de l'opérateur est d'environ 75%. Le temps de cycle du produit 1 reste inchangé et celui du produit 2 chute de presque 45%.

Nous constatons que le cycle de travail du poste de charge, dépendant des mouvements de l'opérateur entre les deux machines, est différent des cycles de travail de ces machines.

Par ailleurs, si plusieurs cycles de travail du poste de charge peuvent être définis, il reste à savoir comment déterminer et limiter leur nombre. On peut envisager de limiter ce nombre arbitrairement en se limitant à un ensemble de cycles de travail du poste de charge optimisant un critère donné. Ceci pose, par contre, la difficulté de déterminer la fonction ou critère à optimiser : on peut vouloir minimiser les temps de fabrication, minimiser le temps d'occupation de certaines machines ou encore optimiser le taux de charge de l'opérateur.

Nous considérerons par la suite, qu'un ensemble de cycles de travail est associé à un poste de charge, et que chacun de ces cycles de travail définit la productivité des machines composant

le poste de charge (on appellera productivité d'une machine j un coefficient α_j tel que la durée opératoire effective d'un job i sur cette machine est $p_{i,j}/\alpha_j$, avec $p_{i,j}$ la durée opératoire nominale du job i sur la machine j).

3.3.2. Impact des configurations d'atelier sur les productivités des machines

L'association à un poste de charge d'un ensemble de cycles de travail a pour conséquence directe la définition de plusieurs vecteurs de productivité des machines pour une même configuration d'atelier. En effet, pour une même configuration d'atelier, on peut définir autant de vecteurs de productivité des machines qu'il y a de combinaisons possibles des cycles de travail de postes de charge actifs de cette configuration d'atelier.

Cependant, et à défaut de pouvoir considérer toutes les combinaisons possibles des cycles de travail des postes de charge actifs d'une configuration d'atelier, nous pouvons nous limiter à un ensemble particulier de combinaisons de ces cycles de travail sur ces postes de charge actifs.

Nous soulignons que la variation de productivité des machines induite par le choix d'une configuration d'atelier est directement liée à la variation des productivités de ces machines, elles-mêmes résultant des cycles de travail retenus pour les postes de charge actifs de la configuration d'atelier.

3.3.3. Impact des affectations des opérateurs sur les productivités des machines

Les productivités des machines d'un poste de charge dépendent non seulement de la manière dont un opérateur organise son travail sur les différentes machines qu'il supervise mais aussi des performances de cet opérateur. En effet, les productivités des machines ne dépendent pas uniquement du choix des cycles de travail sur les postes de charge de la configuration d'atelier retenue, mais également des performances des opérateurs à accomplir correctement ces cycles de travail (sans retard). Cette différence de performance entre opérateurs peut être due à plusieurs facteurs et paramètres. Parmi ces facteurs nous citons :

Compétence des opérateurs

Un opérateur peut se voir affecté à une machine pour laquelle il ne possède qu'un moindre niveau de compétence. Plusieurs types de compétences peuvent être considérés : la compétence « machine » définissant un niveau de compétence d'un opérateur sur une machine ; la compétence « poste de charge » déterminant le niveau de compétence d'un opérateur à travailler sur un poste de charge ; la compétence « tâche » déterminant le niveau de compétence que possède l'opérateur à exécuter une tâche,....

Nous différencions toutefois les compétences définies par les qualifications acquises d'un opérateur suite à une formation sanctionnée par un diplôme, et les compétences acquises par d'autres moyens tels que l'expérience (Pichot et *al.*, 2001). En effet, l'expérience d'un opérateur à travailler sur une machine permet d'accroître sa compétence sur cette machine.

Notons enfin que la compétence d'un opérateur x sur une machine y peut être modélisée par un ratio c_x^y avec $c_x^y \in [0,1]$, et l'exécution d'une tâche i sur la machine y , d'un temps opératoire nominal (productivité des machines est à 100%) de p_{iy} , avec l'opérateur x nécessitera p_{iy}/c_x^y de temps (le temps opératoire de la tâche i est ainsi allongé).

Apprentis et intérimaires

L'affectation d'un apprenti ou d'un intérimaire sur un poste de charge peut allonger la durée du cycle de travail de ce poste de charge en raison du phénomène d'apprentissage.

On note toutefois, que la détermination des productivités des machines en fonction de ces différents paramètres peut varier dans le temps pour un même opérateur. Ceci est dû au fait que les compétences, expériences et apprentissages des opérateurs évoluent dans le temps. Ceci présente une complexité dans la modélisation et le suivi des variations des productivités des machines en fonction de la variation des compétences des opérateurs.

D'autres paramètres peuvent être à l'origine de la variation des compétences d'un même opérateur à accomplir un cycle de travail d'un poste de charge. En plus de l'apprentissage, la fatigue d'un opérateur réduit ses compétences sur les machines, et un opérateur devient moins performant quand il est malade.

Un classement de ces paramètres peut être effectué en fonction de leur influence sur les productivités des machines, et donc sur les durées opératoires des tâches. Cette influence peut être :

- Proportionnelle : dans un même groupe de compétences, chaque opérateur a une performance qui vient modifier les durées théoriques de travail, indépendamment des tâches effectuées,

- Dépendante : si la performance d'un opérateur est liée au couple (machine, tâche)

- Variable : si la performance d'un opérateur varie en fonction du temps (apprentissage, fatigue,).

Si la modélisation des paramètres ayant une influence proportionnelle ou dépendante est relativement simple, la modélisation des paramètres d'influence variable est très délicate. En effet, une modélisation instantanée de l'évolution des compétences des opérateurs (des paramètres d'influence variable), et par conséquent des productivités des machines, est quasiment impossible. De même, la modélisation et la prise en compte avec exactitude des différences de performances entre opérateurs ainsi que les performances d'un opérateur, sur un même cycle de travail d'un poste de charge, sont quasiment impossibles.

Le tableau 3.4. suivant synthétise l'impact de la considération des différents niveaux de modélisation des ressources humaines sur les productivités des machines.

Niveaux de prise en compte des Ressources Humaines	Impact sur les productivités des machines
Niveau affectation des opérateurs	Définition des productivités des machines en fonction des opérateurs : Variations de compétence, d'expériences Apprentis et intérimaires
Niveau configuration d'atelier	Combinaisons des cycles de travail des postes de charge actifs : définition des productivités de l'ensemble des machines Plusieurs productivités des machines
Niveau poste de charge	Cycle de travail des postes de charge : Dégradation des productivités des machines dus aux partages des opérateurs Plusieurs productivités des machines composant le poste de charge
Niveau machine	Cadence de production nominale

Tableau 3. 4. Niveaux de prise en compte des ressources humaines

Nous présentons dans la section suivante une définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier combinant le séquençement des travaux sur les machines, et le choix d'une affectation des ressources humaines conditionnant les productivités des machines.

3.4. Problème d'ordonnancement d'atelier

Après avoir présenté les limites de notre modélisation nous proposons une formulation mathématique de ce problème d'ordonnancement d'atelier

3.4.1. Limitations du modèle

Nous nous limitons dans cette étude à la prise en compte des ressources humaines en ordonnancement d'atelier au niveau configuration d'atelier, et nous ignorons les différences de performances entre opérateurs ainsi que la variation de performance d'un opérateur dans le temps. Ainsi nous nous limitons au cas où la variation de productivité des machines dépend uniquement des cycles de travail des postes de charge actifs induits par le partage des opérateurs entre plusieurs machines pour une configuration d'atelier donnée.

Nous supposons disposer d'un ensemble de postes de charge et d'un ensemble de configurations d'atelier. Pour chaque configuration d'atelier est défini un ensemble de

vecteurs de productivité des machines. Ces vecteurs de productivité seront, bien évidemment, issus des cycles de travail retenus pour les postes de charge actifs des configurations d'atelier.

Avant de donner une définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier tenant compte simultanément du séquençement des travaux sur les machines et de la détermination des configurations d'ateliers à utiliser, nous introduisons la notion de graphe des configurations, concept de base de cette définition.

3.4.2. Graphe des configurations d'atelier

Le *graphe des configurations d'atelier* est un graphe dont les sommets représentent les configurations d'atelier retenues et les arcs représentent les passages permis entre ces configurations d'atelier. En effet, tout au long de l'horizon de planification plusieurs configurations d'atelier peuvent être utilisées, et des transitions entre ces configurations d'atelier peuvent être interdites. Le graphe des configurations d'atelier définit donc les passages autorisés entre les configurations d'atelier.

Cependant, la définition des passages permis entre configurations d'atelier sera dictée par la politique de réaffectation des opérateurs dans l'atelier. Globalement, trois politiques de réaffectation des opérateurs, définissant trois modes de changement de configurations d'atelier, sont possibles :

- *changement calendaire* : les changements de configuration d'atelier se font exclusivement à des dates précises : les fins de journées, les pauses,.... Ce sont ces dates qui définiront les périodes consécutives de l'horizon de planification.

Pour ce mode de changement calendaire à chaque fin de période nous pouvons procéder à la réaffectation de tous les opérateurs et donc à choisir n'importe laquelle des configurations d'atelier indépendamment de celle déjà retenue dans la période en cours. Dans ce cas le graphe des configurations d'atelier est complet. La figure 3.7. suivante schématise ce graphe pour l'exemple de référence d'atelier à trois machines et à deux opérateurs. Le nombre d'arcs composant ce graphe est égal à 36. Pour des raisons de présentation nous avons omis les directions des liens entre les configurations d'atelier qui sont bidirectionnels.

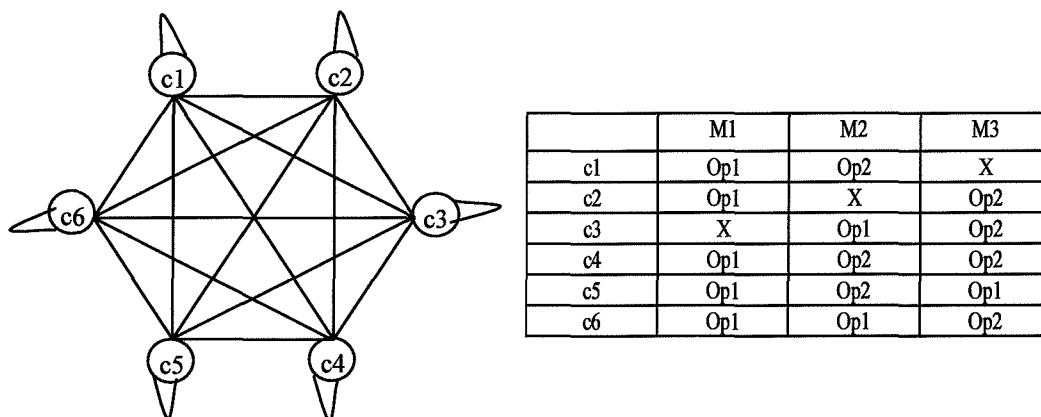


Figure 3. 7. Graphe des configurations d'atelier mode de changement calendaire

- *changement sur évènement* : les changements de configuration d'atelier se font à la fin d'exécution d'une tâche. Dans ce mode de changement, un opérateur ne peut changer de poste de charge que lorsqu'il finit une tâche sur au moins une des machines dont il avait la charge. Ainsi et contrairement mode de changement calendaire, dans ce cas on ne peut passer à toutes les autres configurations d'atelier à partir d'une configuration d'atelier donnée.

En effet, l'ensemble des configurations d'atelier pouvant être atteintes à partir d'une configuration donnée sera défini en fonction des postes de charge actifs de la configuration et de la tâche qui se termine.

Ainsi pour ce mode de changement sur événement à chaque fin de tâche nous ne pouvons procéder qu'à la réaffectation de l'opérateur finissant la tâche et non pas à la réaffectation de tous les opérateurs simultanément. Nous ne pouvons pas donc choisir n'importe laquelle des configurations d'atelier, cela dépendra de la tâche qui se termine et de la configuration d'atelier en cour d'utilisation. Dans ce cas le graphe des configurations d'atelier n'est pas complet.

A titre illustratif, nous synthétisons dans le tableau 3.5. les passages autorisés entre configurations d'atelier en fonction des événements de fin de tâche, survenant sur les machines, pour l'exemple précédent d'atelier à trois machines et à deux opérateurs.

	Fin de tâche M1	Fin de tâche M2	Fin de tâche M3
c1	c1, c3, c5	c1, c2, c4	X
c2	c2, c3, c6	X	c1, c2, c4
c3	X	c2, c3, c6	c1, c3, c5
c4	c4	c2, c4	c1, c4
c5	c3, c5	c5	c1, c5
c6	c3, c6	c2, c6	c6

Tableau 3. 5. Passages autorisés entre configurations d'atelier: mode de changement sur évènement

En se basant sur ce tableau nous schématisons dans la figure 3.8. suivante le graphe de configuration d'atelier pour ce mode de changement sur évènement. Comme le montre cette figure le nombre d'arcs composant le graphe des configurations d'atelier est réduit à 24. Tout comme pour le mode de changement calendaire, pour des raisons de présentation nous avons omis les directions des liens entre les configurations d'atelier qui sont bidirectionnels.

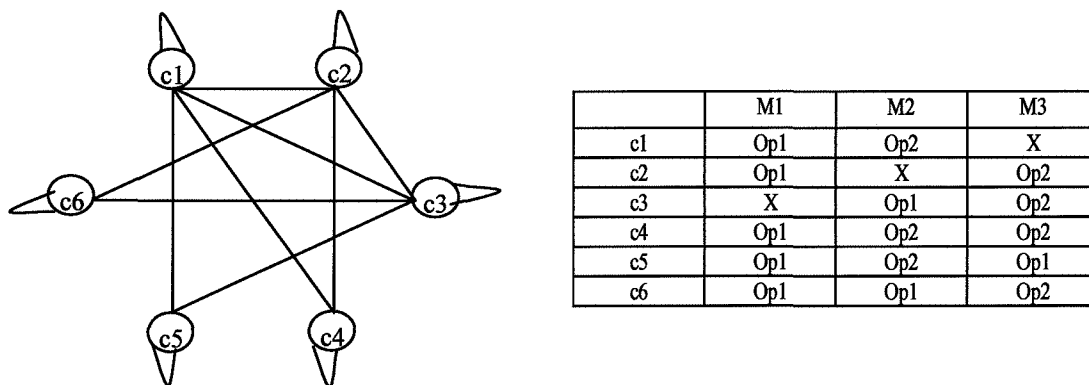


Figure 3. 8. Graphe des configurations d'atelier en mode de changement sur événement

En particulier, la figure 3.9. suivante schématise le graphe des configurations d'atelier que l'on associe à l'évènement de fin de tâche sur la machine M1.

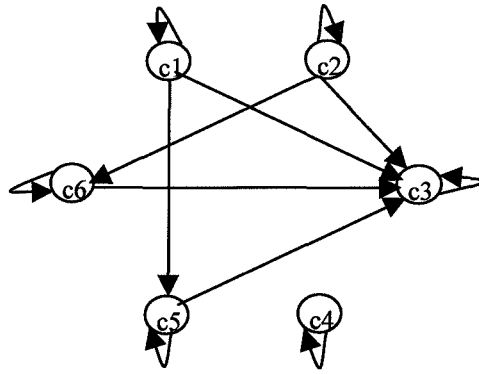


Figure 3. 9. Graphe des configurations d'atelier en mode de changement libre

Comme le montre cette figure, on peut pas avoir l'évènement de fin de tâche sur la première machine avec les configurations d'atelier c3 et c4, et de plus les liens entre les configurations d'atelier ne sont plus bidirectionnels.

- *changement libre* : à tout moment, et de manière continue, la configuration d'atelier peut changer. Dans ce mode de changement, à partir d'une configuration d'atelier on peut passer à n'importe quelle autre configuration d'atelier. Tout comme le premier mode de changement calendaire, dans ce mode de changement libre, à partir d'une configuration d'atelier on peut passer à n'importe quelle autre configuration d'atelier.

La figure 3.10. suivante schématise le graphe de configuration d'atelier pour l'exemple de référence d'atelier à trois machines et à deux opérateurs. Ce graphe est identique à celui du mode de changement de configuration calendaire.

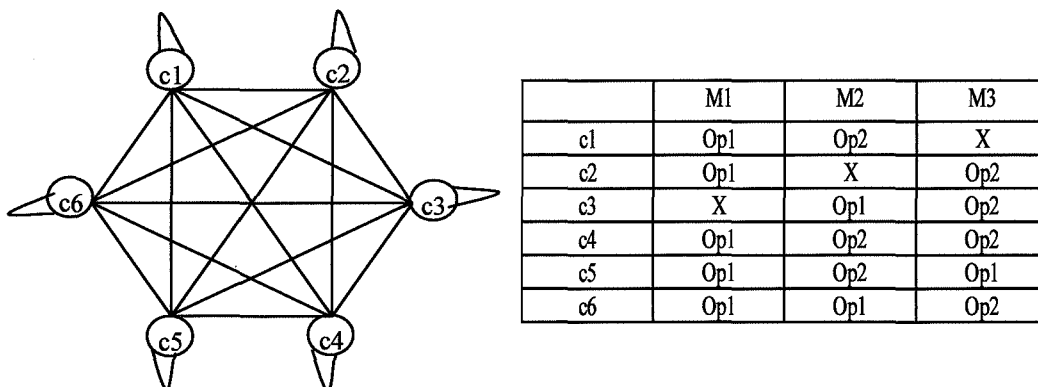


Figure 3. 10. Graphe des configurations d'atelier en mode de changement libre

Nous schématisons dans la figure 3.11. suivante la différence entre ces trois modes de changement de configuration d'atelier en terme de fréquences potentielles de changement d'affectation.

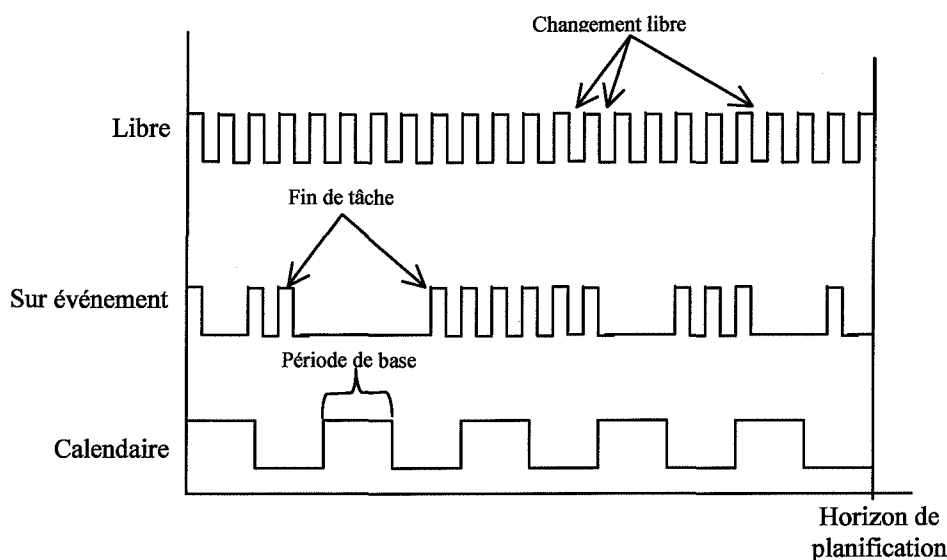


Figure 3. 11. Fréquences potentielles de changement des configurations d'atelier

La différence majeure entre ces modes de changement de configuration d'atelier est que le nombre maximal de changements à effectuer au long de l'horizon de planification est connu, fixe et fini pour les modes calendaire et sur événement et est, a priori, indéterminé et potentiellement infini pour le mode de changement libre. Pour le mode de changement calendaire le nombre de changements est égal au nombre de périodes composant l'horizon de planification, alors que pour le mode de changement sur événement ce nombre est égal au plus au nombre de tâches à réaliser durant cet horizon de planification.

De plus, les dates de changement des configurations d'atelier sont connues par avance dans le cas de changements calendaires alors qu'elles dépendent des dates de fin de tâches pour le mode de changement sur événement, elles-mêmes fonction des configurations d'atelier choisies. Ces dates de changement sont indéfinies pour le cas de changement libre.

Notons enfin que le graphe des configurations d'atelier dépend, bien naturellement, du mode de changement retenu. Dans les modes de changement libre et changement calendaire, le graphe des configurations est un graphe complet, alors que dans le mode de changement sur événement où le graphe est incomplet et ne comporte que les arcs correspondants aux déplacements possibles d'un opérateur lorsqu'une des machines du poste de charge dont il s'occupe finit sa tâche. Cependant, les responsables d'atelier peuvent remettre en question la structure de ces graphes de configuration d'atelier, et plus particulièrement pour les modes de changement libre et calendaire, en interdisant les passages entre certaines configurations d'atelier.

Soulignons toutefois que des valeurs peuvent être associées aux sommets du graphe et représenter les coûts de chaque configuration d'atelier. Ces coûts peuvent être définis en fonction des postes de charge actifs dans la configuration, et donc du nombre d'opérateurs présents dans l'atelier. De même, des valeurs peuvent être associées aux arcs du graphe définissant les coûts de passage d'une configuration d'atelier à une autre. A titre d'exemple, ces coûts peuvent traduire une difficulté structurelle à déplacer un opérateur.

Remarque

La prise en compte des ressources humaines dans les problèmes d'ordonnancement d'atelier et de leurs impacts sur les productivités des machines rend, a priori, variables les durées opératoires des tâches sur les machines. En effet, ces durées opératoires seront déterminées en fonction des productivités des machines et de la variation de ces dernières.

Plus précisément les durées opératoires des tâches sur les machines vont dépendre : de leurs durées opératoires nominales (temps opératoire des tâches dans le cas où les machines travaillent avec des productivités nominales égales à un) ; des configurations d'atelier choisies (ces configurations vont déterminer les productivités des machines) et de leurs durées d'utilisation (les durées d'utilisation des configurations d'atelier déterminent les variations des productivités des machines) ; de l'ordre de choix des configurations d'atelier (l'ordre de choix des configurations influe sur les durées opératoires réelles des tâches dans le cas où des contraintes de précedence existent entre ces tâches).

Le mode de changement considéré influe aussi sur les durées opératoires réelles des tâches : dans le mode de changement calendaire les durées d'utilisation des configurations d'atelier

sont imposées ; dans le mode de changement sur événement elles dépendent des tâches qui se terminent et des configurations d'atelier déjà choisies, alors que ces durées sont quelconques dans le mode de changement libre.

En se basant sur ce graphe des configurations d'atelier, nous introduisons dans la section suivante une définition d'un problème ordonnancement d'atelier combinant le séquençement des jobs et la détermination des configurations d'atelier à considérer. Nous exposons par la suite quelques variantes particulières de ces problèmes d'ordonnancement d'atelier, proposons un complément pour leur notation et présentons deux approches différentes pour leur résolution.

3.4.3. Définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier

a) Définition

Nous définissons un problème d'ordonnancement d'atelier comme la planification dans le temps de l'ordre et des durées d'utilisation des configurations d'atelier ainsi que de l'ordre de passage des travaux sur les machines, en vue d'optimiser une fonction objectif dans le respect des contraintes de passages (transitions) entre configurations, et des contraintes de précédence entre ces travaux. Ce problème d'ordonnancement d'atelier tel que défini peut être formulé comme suit :

b) Formulation mathématique d'un problème d'ordonnancement d'atelier

Afin de formuler ce problème d'ordonnancement, nous considérons les données et paramètres suivants :

- Ensemble de travaux (jobs),
- Ensemble de machines,
- Ensemble d'opérateurs,
- Graphe des précédences des travaux,
- Temps opératoires nominaux des travaux sur les machines,
- Politique de passage des travaux sur les machines,
- Ensemble de postes de charge,
- Ensemble des configurations d'atelier,
- Ensemble des productivités des machines associées aux configurations d'atelier,

- Graphe des configurations d'atelier,
- Mode de changement de configurations d'atelier.

Le problème d'ordonnancement d'atelier consiste alors en la détermination d'un couple (C,S) optimisant une fonction objectif donnée, avec :

- C est un chemin dans le graphe des configurations d'atelier avec :
 - C_t est la $t^{ème}$ configuration d'atelier utilisée,
 - D_t est la durée d'utilisation de la $t^{ème}$ configuration d'atelier,
 - P_t est le vecteur de productivité des machines retenu dans la $t^{ème}$ configuration d'atelier,
- S est la séquence de passage des travaux sur chaque machine
 - S_j séquence de passage des travaux sur la machine j ,
 - $s_{i,j}$ date de début du job i sur la machine j ,
 - $f_{i,j}$ date de fin du job i sur la machine j .

Nous constatons que cette représentation du problème d'ordonnancement d'atelier est une généralisation du problème classique dans lequel on ne considère qu'une seule configuration d'atelier.

Nous notons toutefois, que cette définition de l'ordonnancement d'atelier est indépendante du type d'atelier considéré. Excepté pour un atelier mono machine, pour lequel l'aspect ressources humaines est vidé de son sens, cette définition de l'ordonnancement peut être considérée pour tous les autres types d'ateliers : (Flow Shop, Job Shop, Open Shop, Machines parallèles, Flow Shop hybride,...).

c) Critères à optimiser

Globalement, deux classes de problèmes d'ordonnancement tenant compte des configurations d'atelier peuvent être distinguées. La première classe de problèmes concerne l'optimisation d'un seul objectif (mono-objectif), alors que la seconde classe de problèmes concerne l'optimisation de plusieurs objectifs à la fois (multi-objectifs).

En plus des critères classiques des problèmes d'ordonnancement (makespan, minimisation des en-cours,...), d'autres types de critères liés aux ressources humaines peuvent être considérés.

Comme exemple de fonction mono-objectif, nous citons la minimisation de la durée de séjour des jobs sur les machines, lequel sera fonction non seulement de l'ordre de passage des jobs sur les machines (ordonnancement classique), mais aussi des choix des configurations d'atelier (variation des productivités des machines) affectant les durées opératoires des jobs sur les machines.

Comme exemple de fonction multi-objectifs, on peut citer la minimisation de la durée de séjour des jobs sur les machines d'une part, et la minimisation du coût d'utilisation des configurations d'atelier d'autre part. En effet, et comme nous l'avons cité précédemment, des coûts peuvent être associés aux configurations d'atelier, en fonction du nombre de postes de charge actifs dans la configuration, et donc du nombre d'opérateurs présents dans l'atelier- ainsi que de l'ensemble des postes de charge actifs. On pourrait alors envisager, dans la détermination d'un ordonnancement, l'optimisation des coûts relatifs à l'utilisation des configurations d'atelier.

d) Variantes particulières du problème

La définition d'un ordonnancement combinant d'une part, le séquençement des travaux sur les machines, et d'autre part la détermination d'une succession de configurations d'atelier, conduit à considérer deux types de variantes particulières. La première variante est relative au cas où la configuration d'atelier est fixe et imposée (la productivité des machines est alors unique). Cette variante correspond à la définition classique d'un ordonnancement cherchant uniquement un séquençement des jobs sur les machines optimisant une fonction objectif donnée. La complexité des instances de cette variante est la même que celle des instances leurs correspondant dans les problèmes d'ordonnancement classiques.

La seconde variante est relative au cas où le séquençement des jobs est imposé. L'ordonnancement se réduit dans ce cas à la recherche d'une succession de configurations d'atelier (ordre et durées d'utilisation des configurations d'atelier) optimisant une fonction objectif donnée.

e) Notations des problèmes d'ordonnancement d'atelier

La prise en compte des configurations d'atelier, et donc de la variation des productivités des machines, dans le problème d'ordonnancement d'atelier conduit à introduire et inclure cet aspect de « configurations d'atelier » dans la notation des problèmes d'ordonnancement. Une notation de référence a été proposée dans la littérature pour englober tous les types d'ordonnements (Blazewicz et *al.*, 1994). Cette notation se compose de trois champs $\alpha | \beta | \gamma$ (référence), où le champ α spécifie l'environnement des machines (mono machine, machines parallèles, flow shop, job shop, ...), le champ β indique les caractéristiques des jobs (préemption tolérée des jobs, contraintes de livraisons et disponibilité,...), et le champ γ spécifie l'objectif à optimiser (makespan, encours, ...).

Afin de prendre en compte l'aspect ressources humaines dans la notation des problèmes d'ordonnancement d'atelier, on rajoute un quatrième champ que l'on note par φ et qui va spécifier l'environnement des ressources humaines considéré. Ce champ sera composé des sous champs $\mu | \nu | o | \pi$ où :

- Le sous champ μ est un entier positif qui indique le nombre d'opérateurs disponibles,
- Le sous champ ν est un élément de l'ensemble $\{a, c\}$ qui indique les limitations de la modélisation des ressources humaines : $\nu = c$ indique qu'on se limite au niveau configurations d'atelier (pas de différence de performance entre opérateurs), et $\nu = a$ dans le cas où l'on considère l'affectation nominative des opérateurs (on prend en compte les différences de compétences des opérateurs).
- Le sous champ o est un élément dans l'ensemble $\{0, +\}$ qui spécifie si plusieurs changements de configurations d'atelier (resp. d'affectation des opérateurs) sont autorisés ou pas. $o = 0$ si l'on impose un choix unique et définitif d'une configuration d'atelier (resp. d'une affectation des opérateurs), et $o = +$ si l'on autorise plusieurs choix.
- Le sous champ π est un élément de l'ensemble $\{c, e, l\}$ qui spécifie, lorsque l'on autorise plusieurs choix de configurations d'atelier (resp. d'affectation des opérateurs), le mode de changement de configuration d'atelier (resp. d'affectation des opérateurs) considéré. $\pi = c$ si le mode de changement considéré est calendaire, $\pi = e$ si le mode de changement sur événement est considéré, et $\pi = l$ si le mode libre est considéré.

f) Approches de résolution

De façon générale, deux approches de résolution peuvent être envisagées pour ce problème d'ordonnancement d'atelier. Dans la première approche, que nous appelons approche *intégrée*, il s'agit de considérer simultanément -c'est à dire dans le même modèle- le problème de séquençement des travaux sur les machines et celui de la détermination d'une succession de configurations d'atelier.

Dans la seconde approche, que nous appelons approche *séquentielle*, il s'agit de considérer séparément et de façon séquentielle, le problème de séquençement des travaux sur les machines et celui de la détermination d'une succession de configurations d'atelier.

On peut soit commencer par la recherche d'un séquençement des jobs optimisant un critère donné, puis rechercher une configuration d'atelier – pour le même séquençement des travaux – optimisant un second critère (pas forcément identique au premier). On peut également commencer par la recherche d'une configuration d'atelier optimisant un critère donné, puis rechercher un meilleur séquençement des jobs – pour la même configuration d'atelier – optimisant un second critère (pas forcément identique au premier).

Notons que la prise en compte du graphe des configurations d'atelier dans la définition d'un ordonnancement d'atelier, lie en partie la complexité de la recherche d'un ordonnancement optimal à la nature de ce graphe des configurations d'atelier. Plus le nombre de sommets (resp. d'arcs) du graphe est grand plus la recherche d'un ordonnancement optimal devient complexe. Il est donc important de savoir la nature du graphe des configurations d'atelier et de connaître l'impact de la considération de ces configurations d'atelier dans les problèmes d'ordonnancement d'atelier.

Nous présentons dans la section ci-après une étude portant sur la nature de ce graphe des configurations d'atelier. On se limite au calcul du nombre de configurations d'atelier possibles (nombre des sommets du graphe des configurations d'atelier) ainsi que le calcul du nombre de changements possibles entre configurations d'atelier (nombre d'arcs du graphe des configurations). Nous nous intéressons uniquement au cas où le nombre d'opérateurs K est inférieur au nombre de machines M , et qu'un opérateur doit au moins superviser un poste de charge.

En effet, dans le cas où le nombre d'opérateurs est égal au nombre de machines, le nombre de postes de charge possibles est égal au nombre de machines et le nombre de configurations d'atelier possibles est réduit à un. Alors que dans le cas où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, le nombre de postes de charge possibles devient supérieur au nombre de machines et le nombre de configurations d'atelier est supérieur à un.

3.5. Nature du graphe des configurations

Nous rappelons (§ 3.5.2) que le graphe des configurations d'atelier dépend de la règle de changement considérée, et est complet dans les modes de changement libre ou calendaire. Dans le mode de changement sur événement, le graphe des configurations d'atelier ne comportera que les arcs correspondants au déplacement d'un opérateur lorsqu'une des machines du poste de charge dont il s'occupe finit sa tâche. Par contre, le nombre de sommets est le même pour les trois règles de changement.

Nous présentons dans cette section un ensemble de formules analytiques permettant de déterminer le nombre de sommets et arcs composant le graphe des configurations d'atelier. En supposant que le nombre d'opérateurs K est inférieur au nombre de machines M , et qu'un opérateur doit au moins superviser un poste de charge, le nombre maximum de machines pouvant composer un poste de charge est $(M - K + 1)$.

Par ailleurs, et selon la nature de l'ensemble des postes de charge possibles, nous distinguons trois cas différents.

Dans le premier cas, qui est le cas général, l'ensemble des postes de charge possibles correspond à l'ensemble des combinaisons possibles d'au plus $(M - K + 1)$ machines. Autrement dit, toute combinaison d'au plus $(M - K + 1)$ machines constitue un poste de charge potentiel.

Dans le second cas, les postes de charge seront composés uniquement de machines successives. Le nombre maximal de machines successives qui composeront un poste de charge sera égal à $(M - K + 1)$.

Dans le troisième et dernier cas, un poste de charge peut être composé uniquement de deux machines successives. Ces deux derniers cas concernent les ateliers dont les machines sont en ligne.

Toutefois, nous supposons que pour ces trois cas chaque machine constitue à part entière un poste de charge, et que toute combinaison de postes de charge ne partageant pas une même machine constitue une configuration d'atelier possible, et qu'à une combinaison de postes de charge correspond une seule configuration d'atelier. L'exemple suivant donne les différents postes de charge, pour les trois cas présentés, pour un nombre de machines égal à 4 et un nombre d'opérateurs égal à 2.

Exemple

Soit un atelier de 4 machines (1,2,3,4), et de 2 opérateurs. Le nombre maximal de machines qui composeront un poste de charge, étant supposé qu'un opérateur supervise au moins un poste de charge, sera égal à $4-2+1=3$. Le tableau 3.6. suivant donne les différents postes de charge possibles de chacun des trois cas :

Cas général	Cas plusieurs machines successives	Cas deux machines successives
1,2,3,4, 12, 13, 14, 23, 24, 34, 123, 124, 134, 234.	1,2,3,4, 12, 23, 34, 123, 234.	1,2,3,4, 12, 23, 34.

Tableau 3. 6. Différents types de postes de charge

Nous déterminons ci-dessous les nombres de sommets et d'arcs du graphe des configurations d'atelier du premier cas général, et seulement le nombre de sommets pour les deux derniers autres cas.

3.5.1. Cas général : postes de charge composés d'un combinaison quelconque de machines

a. Nombre de sommets du graphe des configurations d'atelier

Théorème 3.1 : le nombre N de configurations d'ateliers possibles avec K opérateurs et M machines est :

$$N = S_{M+1}^{K+1} \quad (3.1)$$

Avec S_M^K le nombre Stirling de second degré, correspondant au nombre de manières de partitionner un ensemble de M objets en K sous ensembles non vides, et dont la construction récurrente est la suivante (Rosen *et al.*, 1999) :

$$S_N^K = K \cdot S_{N-1}^K + S_{N-1}^{K-1} \text{ et } S_N^0 = 1 \text{ si } N=0, 0 \text{ sinon.} \quad (3.2)$$

Preuve : afin de démontrer ce théorème, nous calculons d'abord (étape 1) le nombre de configurations d'atelier correspondant à « l'occupation » de M' machines, pour ensuite (étape 2) déduire le nombre de configurations d'atelier. On dira par la suite d'une machine qu'elle est « occupée », dans une configuration d'atelier, si elle appartient à l'un des postes de charge actifs de cette configuration d'atelier. Autrement dit, une machine est occupée dans une configuration d'atelier, si avec cette configuration d'atelier un opérateur est affecté (partiellement ou totalement) à cette machine. On note que le nombre de machines occupées dans une configuration varie entre le nombre d'opérateurs et le nombre de machines total ($K \leq M' \leq M$).

Etape 1. Le nombre de configurations d'atelier avec M' machines occupées correspond à une partition de l'ensemble de M' éléments (machines) en K sous ensembles non vides (postes de charge). Ce nombre est égal au nombre Stirling $S_{M'}^K$.

Le nombre total N_M des configurations d'atelier avec M' machines occupées parmi l'ensemble des M machines, sera égal au nombre de *façons possibles* – combinaisons – de choisir les M' machines occupées parmi les M machines, que l'on multiplie par le nombre de partitions de ces M' machines occupées en K sous ensembles non vides :

$$N_M = C_M^{M'} \cdot S_{M'}^K \quad (3.3)$$

Etape 2. Nombre de configurations d'atelier. Afin de déterminer le nombre total de configurations d'ateliers, il suffit de faire varier, dans la formule (3.3), le nombre de machines occupées M' de K à M . Ainsi, le nombre N des sommets du graphe des configurations d'atelier est égal à $\sum_{M=K}^M C_M^M S_M^K$. On déduit :

$$N = \sum_{M=K}^M C_M^M S_M^K = S_{M+1}^{K+1} \quad (3.4)$$

CQFD

Nous illustrons ces différentes formules sur l'exemple de référence de trois machines et de deux opérateurs. En se référant à la relation (3.1), nous trouvons que le nombre de configurations d'atelier du graphe est égal à $S_{3+1}^{2+1} = S_4^3 = 6$.

Nous prenons dans le tableau 3.7. suivant ces six configurations d'atelier à deux opérateurs de l'exemple de référence à trois machines.

	Postes de charge actifs de la configuration						Machines supervisées dans la configuration		
	pc1	pc2	pc3	pc4	pc5	pc6	M1	M2	M3
c1	X	X					Op1	Op2	
c2	X		X				Op1		Op2
c3		X	X					Op1	Op2
c4	X					X	Op1	Op1	Op2
c5		X			X		Op1	Op2	Op1
c6			X	X			Op1	Op2	Op2

Tableau 3. 7. Ensemble des configurations d'atelier

A titre indicatif, on reprend dans le tableau 3.8. suivant les premières valeurs du nombre des configurations d'atelier possibles.

M=	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
K=										
1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023	4095
2	1	6	25	90	301	966	3025	9330	28501	86526
3		1	10	65	350	1701	7770	34105	145750	611501
4			1	15	140	1050	6951	42525	246730	1379400
5				1	21	266	2646	22827	179487	1323652
6					1	28	462	5880	63987	627396
7						1	36	750	11880	159027
8							1	45	1155	22275
9								1	55	1705
10									1	66
11										1

Tableau 3. 8. Nombre de configurations d'atelier

b. Nombre d'arcs du graphe des configurations d'atelier

On présente, dans cette section, des formules analytiques déterminant le nombre d'arcs composant le graphe des configurations d'atelier. On rappelle que pour les cas de changement libre et calendaire, le graphe des configurations d'atelier est complet. Le nombre d'arcs sera alors égal à N^2 où N est le nombre de configurations d'atelier. Pour le cas de changement sur évènement, le graphe des configurations d'atelier n'est pas complet. En effet, dans ce cas, il existe un arc entre une configuration d'atelier u (ou sommet u), du graphe des configurations, et une configuration d'atelier u' (ou sommet u'), si et seulement si on peut obtenir u' à partir de u en réaffectant un opérateur.

Afin de calculer le nombre total des arcs du graphe des configurations, on calcule d'abord le nombre d'arcs « sortants » d'une configuration d'atelier donnée. On dira par la suite qu'une machine est occupée en « exclusivité » dans une configuration d'atelier si elle constitue à part entière l'un des postes de charge de cette configuration d'atelier.

Théorème 3.2. Le nombre $A_{x,M'}$ d'arcs sortants d'une configuration d'atelier occupant exactement M' machines avec x machines occupées en exclusivité est :

$$A_{x,M'} = M' \cdot (2^{M-M'+1} - 1) - x + 1 \quad (3.5)$$

Preuve. Puisque le changement de configurations d'atelier se fait sur un événement de fin de tâche, le nombre d'arcs sortants d'une configuration d'atelier donnée dépendra du nombre d'événements de fin de tâche, pouvant survenir avec cette configuration. Ainsi, le nombre d'arcs sortants d'une configuration d'atelier donnée dépendra du nombre de machines occupées par cette configuration.

Soit une configuration d'atelier occupant M' machines et soit l'événement : la tâche sur la machine j est terminée. L'opérateur qui était sur la machine j peut se voir alors réaffecter, en plus des machines qu'il occupe déjà, à au plus $(M - M' + 1)$ nouvelles autres machines, y compris la machine j .

Ainsi, le nombre d'arcs correspondant à la fin d'exécution de la tâche sur la machine j sera égal au nombre de parties de l'ensemble des $(M - M' + 1)$ machines non occupées. Par contre, si la machine j constitue, à part entière, l'un des postes de charge de la configuration alors on doit, impérativement, réaffecter l'opérateur qu'il occupait. Par conséquent, on élimine l'ensemble vide de l'ensemble des parties des $(M - M' + 1)$ machines non occupées. On obtient ainsi, le nombre d'arcs $A_{M,j}$ correspondants à la fin d'exécution de la tâche sur la machine j :

$$A_{M,j} = 2^{M-M'+1} - 1 \text{ si la machine } j \text{ est supervisée en exclusivité, } 2^{M-M'+1} \text{ sinon.} \quad (3.6)$$

On constate alors, que pour calculer le nombre d'arcs sortants de la configuration d'atelier u , il faut avoir connaissance du nombre de machines occupées exclusivement par un opérateur et du nombre de machines partageant des opérateurs. Soit x le nombre de machines de la configuration d'atelier u occupées en « exclusivité ». En se référant à l'équation (3.6), on déduit que le nombre d'arcs correspondant à une configuration d'atelier u occupant M' machines avec x machines occupées en exclusivité est égal à $A_{x,M'} = x \cdot (2^{M'-x+1} - 1) + (M' - x) \cdot 2^{M'-x} - (M' - 1)$. La déduction du terme $(M' - 1)$ dans cette formule permet de ne compter qu'une seule fois les boucles entre les configurations d'atelier. On obtient la formule (3.5): $A_{x,M} = M' \cdot (2^{M'-x+1} - 1) - x + 1$.

CQFD.

En se référant à cette relation et en considérant l'exemple de référence de trois machines et de deux opérateurs nous obtenons le nombre d'arcs sortants d'une configuration d'atelier occupant exactement 3 machines avec 1 machine occupées en exclusivité égal à $A_{1,3} = 3 \cdot (2^{3-1+1} - 1) - 1 + 1 = 3$. La figure 3.12. suivante schématise les arcs sortants de la configuration d'atelier c4 pour laquelle les trois machines sont supervisées et une seule l'est en exclusivité.

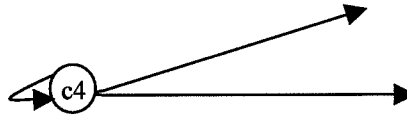


Figure 3. 12. Graphe des configurations d'atelier

Afin de déterminer l'ensemble des arcs du graphe des configurations, on calcule d'abord le nombre A_M d'arcs sortants de l'ensemble des configurations d'atelier occupant M' machines.

Théorème 3.3. Le nombre A_M d'arcs sortants de l'ensemble des N_M configurations d'atelier occupant M' machines est :

$$A_M = \begin{cases} \sum_{x=\min(0, 2K-M)}^{K-1} N_{x,M} \cdot A_{x,M} & \text{si } M' > K \\ N_M \cdot A_{M,M} & \text{si } M' = K \end{cases} \quad (3.7)$$

Preuve. Avant de démontrer ce théorème, on rappelle que le nombre N_M de configurations d'atelier occupant M machines est égal à $N_M = C_M^M \cdot C_M^K$ (3.3). On note par x le nombre de machines occupées « en exclusivité », et par $N_{x,M}$ le nombre de configurations d'atelier, des N_M configurations, pour lesquelles x machines sont occupées en « exclusivité ». On vérifie que d'une part, le nombre de machines occupées « en exclusivité » est borné par le nombre d'opérateurs diminué de 1. D'autre part, pour avoir seulement x machines occupées « en exclusivité », il faut que $(K-x)$ postes de charge, parmi les K d'une configuration, se composent au moins de deux machines des $(M-x)$ machines occupées de façon non « exclusive ». On déduit alors que le nombre x , de machines occupées en « exclusivité » est borné par $\text{Max}(0, 2K-M) \leq x \leq K-1$ si $M > K$, et est égal à K si $K=M$.

Par ailleurs, parmi les N_M configurations d'atelier occupant M machines, le nombre $N_{x,M}$ de configurations pour lesquelles x machines sont occupées « en exclusivité » est égal au nombre de partitions des $(M-x)$ en $(K-x)$ sous ensembles non vides, que l'on multiplie par le nombre de manières – combinaisons – selon lesquelles on peut choisir les x machines à occuper « en exclusivité » parmi l'ensemble des M machines occupées. Ce nombre $N_{x,M}$ est égal à :

$$N_{x,M} = C_M^x \cdot S_{M-x}^{K-x} \quad \text{si } 2K-M \leq x < K, \quad 0 \quad \text{sinon} \quad (3.8)$$

On déduit que le nombre de configurations d'atelier occupant M , et pour lesquelles aucune machine n'est occupée en « exclusivité » est :

$$N_{0,M} = N_M - \sum_{x=2K-M}^{x=K-1} N_{x,M} \quad \text{si } 2K \leq M, \quad 0 \quad \text{sinon} \quad (3.9)$$

On déduit alors la formule (3.7) donnant le nombre A_M d'arcs sortants de l'ensemble des N_M configurations d'atelier occupant M machines :

$$A_M = \begin{cases} \sum_{x=\text{Min}(0, 2K-M)}^{x=K-1} N_{x,M} \cdot A_{x,M} & \text{si } M > K \\ N_M \cdot A_{M,M} & \text{si } M = K \end{cases}$$

CQFD.

En se référant aux relations (3.7) et en considérant l'exemple de référence de trois machines et de deux opérateurs nous obtenons :

- $A_2 = N_2 \cdot A_{2,2} = C_3^2 \cdot C_2^2 \cdot (2 \cdot (2^{3-2+1} - 1) - 2 + 1) = 15$
- $A_3 = \sum_{x=0}^1 N_{x,3} \cdot A_{x,3} = N_{0,3} \cdot A_{0,3} + N_{1,3} \cdot A_{1,3} = 9$

Nous schématisons dans la figure 3.13 suivante les 15 arcs sortants de l'ensemble des configurations d'atelier occupant exactement 2 machine (a), et les 9 arcs sortants de l'ensemble des configurations d'atelier occupant exactement 3 machine (b).

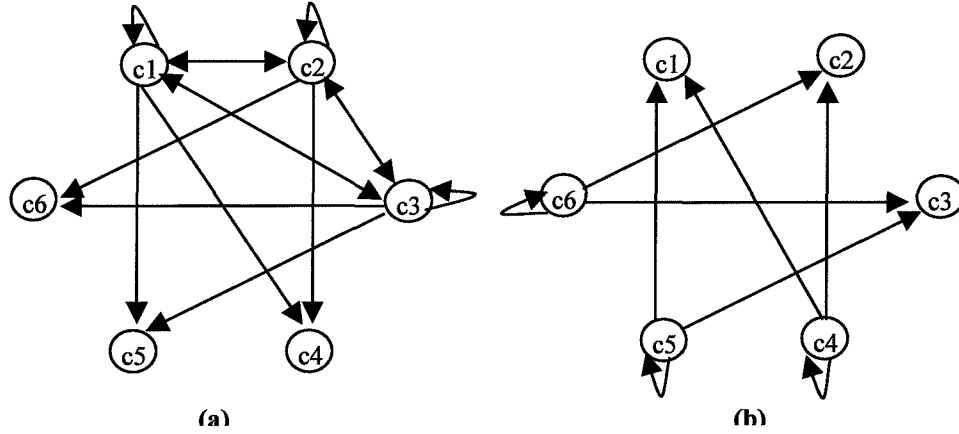


Figure 3. 13. Graphe des configuration d'atelier

En se basant sur cette formule nous énonçons le théorème suivant.

Théorème 3.4. Le nombre total d'arcs du graphe des configurations d'atelier est

$$A = \sum_{M=K}^M A_M \quad (3.10)$$

Preuve. Afin de vérifier ce théorème, il suffit de faire varier le nombre M de machines occupées de K à M dans les relations (3.8) et (3.9). On déduit alors la formule (3.10) suivante déterminant le nombre total d'arcs du graphe des configurations : $A = \sum_{M=K}^M A_M$.

En se référant à la relation (3.10) nous déduisons que le nombre d'arcs du graphe des configurations d'atelier de notre exemple de référence (atelier à trois machines et de deux opérateurs) égal à : $A = \sum_{M=2}^3 A_M = A_2 + A_3$ avec $A_2 = 15$ et $A_3 = 9$. Ainsi le nombre total des arcs

du graphe des configurations d'atelier est égal à 24. Nous représentons dans la figure 3.14. suivante ce graphe des configurations d'atelier.

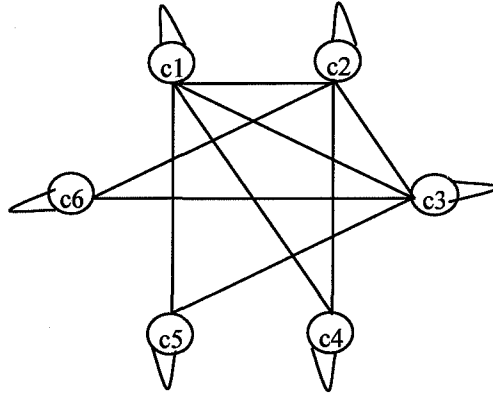


Figure 3. 14. Graphe des configuration d'atelier

Nous considérerons dans ce qui suit deux cas particuliers, selon la nature de l'ensemble des postes de charge possibles, et donnons pour chacun des cas une formule analytique permettant de déterminer le nombre de sommets composant le graphe des configurations d'atelier.

Dans le premier cas particulier, un poste de charge peut être composé uniquement de deux machines successives alors que dans le second cas particulier, les postes de charge peuvent être composés de plusieurs machines successives. Ces deux cas concernent les ateliers dont les machines sont en ligne.

3.5.2. Cas particulier 1 : un opérateur peut superviser deux machines successives simultanément

Dans ce cas, les postes de charge sont constitués soit d'une machine ou de deux machines successives. Ainsi, un opérateur peut superviser soit une machine soit deux machines successives simultanément. On ne calcule pour ce cas que le nombre de configurations d'atelier possibles.

Théorème 3.5 : le nombre total des configurations d'ateliers, pour ce type de postes de charge à deux machines successives, K opérateurs et M machines est égal à:

$$D = \sum_{l=0}^L C_{M-l}^K C_K^l \quad (3.11)$$

Avec $L = \text{Min}(K, M - K)$.

Preuve : soit l le nombre de groupes de deux machines successives dans une configuration (nombre de postes de charge à deux machines). On vérifie aisément que $0 \leq l \leq \text{Min}(K, M-K)$. Notons par N_l^M le nombre de combinaisons possibles de l groupes de deux machines successives. Si le premier groupe commence à la machine j alors il restera $(M-j-1)$ machines pour $l-1$ autres groupes. On déduit alors que le premier groupe doit commencer à la machine j tel que $j \leq M-2l+1$. En se basant sur cette remarque, on peut écrire la formule récurrente suivante :

$$N_1^M = M-1 \quad (3.12)$$

$$N_l^M = \sum_{j=1}^{M-2l+1} N_{l-1}^{M-j-1} \quad (3.13)$$

La relation (3.12) donne le nombre de combinaisons d'un seul groupe de deux machines successives, et la relation (3.13) donne le nombre de combinaisons de l groupes de deux machines successives en fonction du nombre de combinaisons de $(l-1)$ groupes de deux machines successives. En se basant sur la démonstration par récurrence on démontre que :

$$N_l^M = C_{M-l}^l \quad (3.14)$$

On obtient alors, le nombre D_l des configurations d'atelier avec l groupes de deux machines successives égal à $D_l = N_l^M C_{M-2l}^{K-l}$. On déduit :

$$D_l = C_{M-l}^K C_K^l \quad (3.15)$$

Afin de déterminer le nombre total des configurations d'atelier pour ce cas de postes de charge à deux machines successives, il suffit de faire varier le nombre l de groupes de deux machines successives de 0 à L , avec $L = \text{Min}(K, M-K)$. On obtient alors la formule (3.11)

$$: D = \sum_{l=0}^L C_{M-l}^K C_K^l$$

CQFD.

En se référant à cette relation (3.11) et en considérant l'exemple de référence (atelier à trois machines et deux opérateurs) nous déduisons que le nombre total des configurations d'atelier

pour ce cas de postes de charge à deux machines successives est égal à

$$D = \sum_{l=0}^2 C_{3-l}^2 \cdot C_2^l = C_3^2 \cdot C_2^0 + C_{3-1}^2 \cdot C_2^1 = 3 + 2 = 5.$$

Le tableau 3.9. suivant récapitule ces 5 configurations d'atelier où les poste de charge sont composés au plus de deux machines successives.

	Postes de charge actifs de la configuration						Machines supervisées dans la configuration		
	pc1	pc2	pc3	pc4	pc5	pc6	M1	M2	M3
c1	X	X					Op1	Op2	
c2	X		X				Op1		Op2
c3		X	X					Op1	Op2
c4	X					X	Op1	Op1	Op2
c5									
c6			X	X			Op1	Op2	Op2

Tableau 3. 9. Nombre de configurations d'atelier

Comme le montre ce tableau, pour cet exemple de trois machines et de deux opérateurs, seule la configuration c5 dans laquelle le premier poste de charge, composé de la première machine et de la troisième machine, est invalide.

3.5.3. Cas particulier 2 : un opérateur supervise un nombre quelconque de machines successives

Dans ce cas, les postes de charge sont constitués soit d'une machine ou d'un groupe de machines successives. Ainsi, un opérateur peut superviser soit une seule machine, soit plusieurs machines successives simultanément. Tout comme le cas précédent, on ne calcule pour ce cas que le nombre de configurations d'atelier possibles.

Théorème 3.6 : Le nombre total des configurations d'ateliers, $N^{M,k}$, pour ce type de postes de charge à plusieurs machines successives, avec K opérateurs et M machines est :

$$N^{M,k} = C_{M+K}^{M-K} \quad (3.16)$$

Preuve : Soit l le nombre de groupes de machines successives, et $N_{l,j}^{M,K}$ le nombre de configurations d'atelier avec l groupes de machines successives, le premier groupe de machines successives commençant à la machine j . Soit $N_l^{M,K}$ le nombre de configurations d'atelier avec l groupes de machines successives. On vérifie alors les formules suivantes :

$$N_l^{M,K} = \sum_{j=2}^{M-l-k+2} N_{l,j}^{M,K} \quad (3.17)$$

$$N_{l,j}^{M,K} = \sum_{i=1}^{M-2l-j+3} \sum_{h=l-1}^{K-1} C_{i-1}^{K-(h+1)} N_{l-1}^{M-j-i+1,h} \quad (3.18)$$

En se basant sur la démonstration par récurrence, on démontre les relations suivantes

$$N_{l,j}^{M,K} = C_k^l C_{M-j+1}^{K+l-1} \quad (3.19)$$

$$N_l^{M,K} = C_k^l C_M^{K+l} \quad (3.20)$$

Afin de déterminer le nombre total des configurations d'ateliers, pour ce type de postes de charge à plusieurs machines successives, il suffit de faire varier, dans la formule (3.20), le nombre l de groupes de machines successives de 0 à L , avec $L = \text{Min}(K, M-K)$. On obtient

$$N^{M,K} = \sum_{l=0}^L N_l^{M,K}, \text{ et on déduit la formule analytique (3.16) : } N^{M,k} = C_{M+K}^{M-K}.$$

CQFD

Notons que l'ensemble des configurations d'atelier composant le graphe des configurations pour le premier cas particulier (poste de charge composés d'au plus de deux machines successives) est contenu dans l'ensemble des configurations d'atelier composant le graphe des configurations pour ce second cas particulier (poste de charge de plusieurs machines successives).

En se référant à cette relation (3.12) et en considérant l'exemple de référence (atelier à trois machines et deux opérateurs) nous déduisons que le nombre total des configurations d'atelier pour ce cas de postes de charge à deux machines successives est égal à $N^{M,k} = C_{3+2}^{3-2} = C_5^1 = 5$.

L'ensemble de ces 5 configurations d'atelier où les postes de charge sont composés uniquement de machines successives est identique à celui du cas particulier précédent où les postes de charge sont composés au plus de deux machines successives. Ceci est dû au fait que

pour notre exemple de référence de trois machines et de deux opérateurs, on ne peut pas avoir plus de deux machines successives occupées par un seul opérateur.

Afin d'illustrer la différence qui existe entre ces deux cas particuliers nous considérons un atelier de 4 machines et de 2 opérateurs. En se référant à la relation (3.11), nous trouvons que le nombre de configurations d'atelier du graphe pour le premier cas particulier est égal à $D = \sum_{i=0}^2 C_{4-i}^2 C_2^i = 13$, et en référant à la relation (3.12), nous trouvons que le nombre de configurations d'atelier du graphe pour le second cas particulier est égal $N^{4,2} = C_{4+2}^{4-2} = 15$. Le tableau 3.10. suivant décrit les 15 configurations d'atelier composant le graphe des configuration du second cas particulier contenant les 13 (les premières dans le tableau) configuration composant le graphe des configuration du premier cas particulier.

	Machine1	Machine2	Machine3	Machine4
1	Op 1	Op 2	/	/
2	Op 1	/	Op 2	/
3	Op 1	/	/	Op 2
4	/	Op 1	Op 2	/
5	/	Op 1	/	Op 2
6	/	/	Op 1	Op 2
7	Op 1	Op 1	Op 2	/
8	Op 1	Op 1	/	Op 2
9	Op 1	Op 2	Op 2	/
10	/	Op 1	Op 1	Op 2
11	Op 1	/	Op 2	Op 2
12	/	Op 1	Op 2	Op 2
13	Op 1	Op 1	Op 2	Op 2
14	Op 1	Op 1	Op 1	Op 2
15	Op 1	Op 2	Op 2	Op 2

Tableau 3. 10. Configurations d'atelier pour le cas de plusieurs machines successives

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une modélisation des ressources humaines en ordonnancement d'atelier. Nous avons défini les notions de poste de charge, de configuration d'atelier et d'affectation des opérateurs en introduisant la notion de partage des opérateurs entre les machines. Nous avons, par la suite, exposé l'impact des ressources humaines sur les productivités des machines.

Nous avons enchaîné par la définition du graphe des configurations d'atelier, concept de base de la définition d'un ordonnancement d'atelier, et avons distingué trois modes de réaffectation des opérateurs en atelier : libre, périodique (calendaire) et sur événement. Dans le premier mode, la réaffectation des opérateurs peut se faire de manière continue. Dans le second mode, elle se fait de manière calendaire alors que dans le troisième mode, un opérateur ne peut être réaffecté que s'il a terminé l'une des tâches qu'il exécute.

En se basant sur ce graphe des configurations d'atelier, nous avons défini, par la suite, le problème d'ordonnancement d'atelier consistant, en vue d'optimiser une fonction objectif, à rechercher une succession de configurations d'atelier ainsi qu'un séquençement des jobs sur les machines.

Nous avons présenté, à la fin de ce chapitre, une étude portant sur la nature du graphe des configurations d'atelier. Nous avons limité cette étude au calcul du nombre de configurations d'atelier, correspondant au nombre de sommets du graphe, et au calcul du nombre de transitions entre ces configurations d'atelier, correspondant au nombre d'arcs du graphe.

Nous consacrons la partie suivante, de ce mémoire, à la prise en compte des ressources humaines dans les systèmes de production cyclique pour les trois modes de changement de configurations d'atelier : périodique, sur événement et libre.

Partie III : Modélisation des ressources humaines en production cyclique

Nous consacrons cette partie à la prise en compte des ressources humaines dans les systèmes de production cycliques. Comme nous l'avons noté précédemment, la prise en compte des ressources humaines en ordonnancement peut se faire selon deux approches : intégrée ou séquentielle. Dans la première approche, il s'agit de considérer dans un même modèle le problème de séquençement des jobs et celui de la détermination des affectations des opérateurs. Dans la seconde approche, il s'agit de traiter, dans un premier temps, l'un des deux problèmes (séquençement des jobs ou détermination d'une affectation des opérateurs) pour considérer par la suite le second problème.

Dans notre présente étude nous adoptons l'approche séquentielle, et nous supposons connu l'ordonnancement cyclique des jobs sur les machines, et étudions le problème de prise en compte des ressources humaines dans le cas où leur affectation conditionne les productivités des machines.

Nous présentons ci-après le contexte général de notre étude et exposons une formulation mathématique du problème que l'on étudie.

a. Contexte de travail

Nous considérons un atelier de type flow shop et supposons donné un cycle de production. Un tel cycle est défini par sa durée, et par un ordonnancement cyclique d'un ensemble de jobs sur les machines. Cet ordonnancement cyclique est supposé établi indépendamment des ressources humaines, et uniquement en fonction des cycles de livraison des produits, des durées opératoires nominales connues à l'avance, et des jobs sur les machines. Autrement dit, l'ordonnancement cyclique est déterminé pour des productivités nominales des machines égales à 1.

Nous supposons aussi que le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, et supposons définis un ensemble de configurations d'atelier, conditionnant de fait les productivités des machines, le mode de changement de configurations d'atelier retenu, ainsi que le graphe des configurations d'atelier déterminant les passages autorisés entre configurations d'atelier.

L'étude de la prise en compte des ressources humaines dans la réalisation de l'ordonnancement cyclique, se basera sur le graphe des configurations d'atelier et se fera par l'étude d'un problème d'existence et d'un problème d'optimisation. En effet, lorsque le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines et que leur affectation conditionne la productivité des machines, ces choix d'affectation peuvent allonger les durées opératoires des travaux sur les machines et éventuellement remettre en cause la réalisabilité de l'ordonnancement cyclique (en effet ceci peut conduire à ne plus respecter certains délais de livraison, voire entraîner un accroissement de la durée de cycle de production).

L'étude du problème d'existence consiste alors à rechercher dans le graphe des configurations d'atelier une affectation des opérateurs réalisant le cycle de production dans le respect de la durée de cycle, et le problème d'optimisation consiste à rechercher une affectation des opérateurs réalisant le cycle de production à moindre coût.

Nous nous limitons dans la présente étude à l'étude du problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable. Une affectation des opérateurs (avec ses incidences sur les durées opératoires réelles des jobs sur les machines résultant de cette affectation) est réalisable si elle n'accroît pas la durée du cycle de production définie et si tous les délais de livraisons restent respectés.

L'étude de ce problème se basera sur le graphe des configurations d'atelier. Elle consiste en la recherche d'un chemin, dans ce graphe, permettant la réalisation de l'ensemble des travaux de l'ordonnancement cyclique de base dans le respect de sa durée.

Nous considérerons successivement dans cette étude portant sur le problème d'existence d'une affectation réalisable les trois modes de changements de configurations d'atelier possibles : calendaire, sur événement et libre.

Avant d'aborder l'étude de ce problème d'existence pour les trois modes de changement de configuration d'atelier, nous présentons ci-après une formulation mathématique générique du problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisant un ordonnancement cyclique dans un atelier de type Flow shop.

b. Formulation mathématique générique du problème d'existence

Avant de proposer une modélisation mathématique, nous présentons dans ce qui suit une formulation mathématique d'un ordonnancement cyclique dans un atelier de type Flow Shop en ignorant toute contrainte relative aux ressources humaines et en supposant que les productivités des machines sont supposées nominales et égales à 1.

Un ordonnancement cyclique est défini par une durée de cycle et par une suite de jobs à réaliser durant ce cycle. Les cycles de production sont naturellement décalés sur les machines successives de l'atelier, de sorte que si l'on considère une période donnée (durée de cycle), apparaissent à la fois des opérations d'un cycle sur les premières machines et d'un cycle précédent sur les dernières.

Ce chevauchement entre cycles fait que l'exécution d'un job commencé dans un cycle ne se termine qu'au cycle suivant. La figure III.1 montre cette situation de chevauchement de deux cycles pour notre exemple de référence (atelier Flow Shop à trois machines).

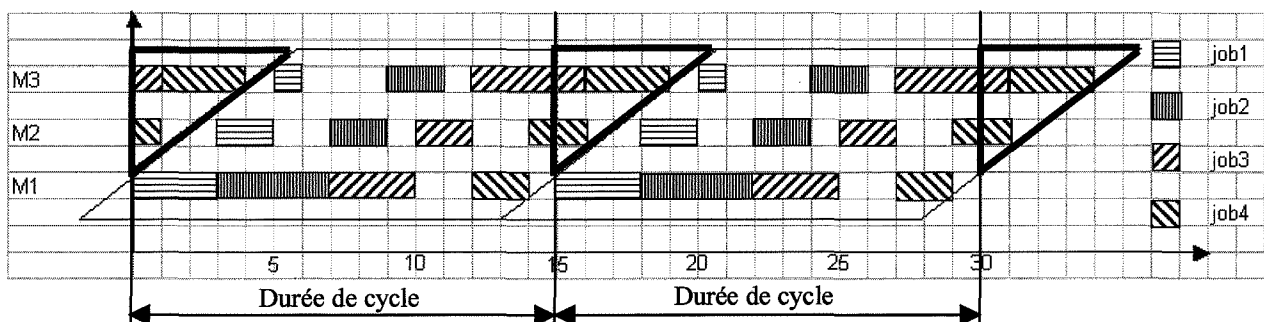


Figure III. 1. Chevauchement entre cycles de production

Le chevauchement entre cycles complexifie la modélisation mathématique d'un ordonnancement cyclique sur une durée de cycle. En effet, il faut modéliser le fait que la date de début d'exécution d'un job sur les premières machines est supérieure à la date de fin

d'exécution de ce job sur les dernières machines (eg : *job3,4*). Afin de remédier à cette situation, nous proposons une renumérotation des jobs.

Cette renumérotation sépare les jobs se chevauchant entre deux cycles en deux jobs différents, dont le premier se fait en fin de cycle et le second job en début de cycle. La figure suivante montre l'ordonnancement cyclique présenté dans la première figure III.1 avec une nouvelle numérotation des jobs.

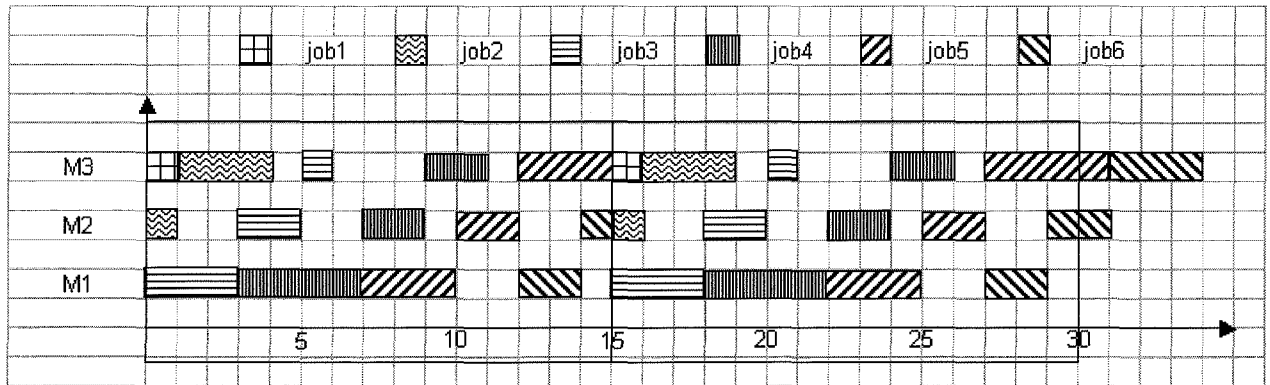


Figure III. 2. Renumérotation des jobs

Pour respecter les délais de livraison des produits, nous associons des contraintes de «due date», pour les jobs se réalisant en début de cycle, et des contraintes de «release date», pour les jobs se réalisant en fin de cycle.

Ainsi, cette renumérotation des jobs permet de ramener l'ordonnancement cyclique de base à un ordonnancement Flow Shop, avec des contraintes de «due date» et de «release date». En se basant sur cette remarque, nous considérons le modèle mathématique suivant :

Soient les paramètres suivants :

- T : durée du cycle de production ;
- N : nombre de jobs ;
- M : nombre de machines ;
- d_i (resp. r_i) : « due date » (resp. « release date ») du job i ;
- r_i : « release date » du job i ;
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j ;

Et soient les variables suivantes :

- $s_{i,j}$: date de début de la tâche i sur le machine j ;
- $f_{i,j}$: date de fin de la tâche i sur le machine j ;

Le modèle s'écrit :

$$\forall i, j \quad s_{i,j}, f_{i,j} \leq T \quad (\text{III.1})$$

$$\forall i, j \quad f_{i,j} \leq s_{i+1,j} \quad (\text{III.2})$$

$$\forall i, j \quad f_{i,j} \leq s_{i,j+1} \quad (\text{III.3})$$

$$\forall i \quad f_{i,M} \leq d_i \quad (\text{III.4})$$

$$\forall i \quad s_{i,1} \geq r_i \quad (\text{III.5})$$

$$\forall i, j \quad s_{i,j}, f_{i,j} \geq 0 \quad (\text{III.6})$$

Ces contraintes traduisent la politique Flow Shop de passage des jobs sur les machines en présence de contraintes de « due date » et de « release date ».

En se basant sur cette nouvelle numérotation des travaux et sur le modèle ci-dessus nous donnons ci-après une formulation mathématique, générique pour les trois modes de changement de configuration d'atelier, du problème d'existence d'une affectation réalisable, réalisant un ordonnancement cyclique. Pour cette formulation mathématique nous présentons les paramètres que l'on considère pour une instance du problème et exposons la question que l'on se pose.

i). Paramètres d'une instance du problème

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- K : nombre d'opérateurs ($K < M$)
- T : durée du cycle de production,
- d_i : « due date » du job i ,
- r_i : « release date » du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),

- $G(C,V)$: graphe des configurations d'atelier. C est l'ensemble des sommets (configurations d'atelier) et V l'ensemble des arcs (les passages permis entre configurations d'ateliers).

ii). Question

Existe-t-il un chemin dans G , où chaque configuration d'atelier est utilisée pendant une durée à définir, tel que l'ensemble des jobs soient réalisés sans dépasser la durée du cycle, et tel que les contraintes de « due date » et de « release date » soient respectées ?

Le problème consiste à déterminer une séquence de configurations d'atelier ainsi que les durées d'utilisation de chacune de ces configurations, telle que l'ensemble des jobs soient réalisés, que la somme des durées d'utilisation des configurations d'atelier soit inférieure à la durée de cycle, et que les contraintes de « due date » et de « release date » soient respectées.

Nous consacrons les chapitres suivants à l'étude de ce problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisant le cycle de production pour les trois modes de changement de configurations d'atelier : calendaire, sur événement et libre. Le premier chapitre s'intéresse au mode de changement périodique (cas particulier du mode calendaire), le deuxième chapitre au mode de changement sur événement et enfin le troisième chapitre au mode de changement libre.

Dans chacun de ces chapitres, nous donnons une formulation mathématique du problème posé et démontrons qu'il est NP-complet. Nous proposons par la suite un modèle mathématique linéaire et commentons les résultats de son exécution. Nous proposons enfin une approche de résolution basée sur le principe de la programmation dynamique et commentons les résultats issus de son exécution sur un ensemble de benchmarks. Une étude d'un cas particulier complète le dernier chapitre.

Chapitre 4 : Etude du problème d'existence pour le mode de changement périodique

<u>4.1. Introduction</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.2. Formulation mathématique</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.3. Complexité du problème</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.3.1. Instance particulière du problème Ψ</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.3.2. Complexité de l'instance particulière du problème Ψ</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.4. Modélisation mathématique du problème d'existence</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.5. Approche par programmation dynamique</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.5.1. Principe d'une approche de type programmation dynamique</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.5.2. Adaptation de l'approche de type programmation dynamique</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.5.3. Filtres</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>4.5.4. Analyse de l'approche</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>

4.1. Introduction

Nous étudions dans ce chapitre le problème d'existence d'une affectation des opérateurs permettant la réalisation d'un ordonnancement cyclique lorsque les réaffectations des opérateurs se font de manière périodique. Dans ce mode de changement calendaire, le passage d'une configuration d'atelier à une autre se fait de manière périodique. Le cycle de production est décomposé en plusieurs périodes de durées identiques, et pendant chaque période une seule configuration d'atelier est choisie.

En considérant notre exemple de référence (atelier à trois machines et deux opérateurs), et l'ensemble des configurations données dans le tableau 4.1, et en supposant que le plan de production cyclique de 15 unités de temps est décomposé en 5 périodes de 3 unités de temps chacune, le problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable consiste alors à rechercher un chemin de longueur égale à 5 dans le graphe des configurations d'atelier schématisé par la figure 4.1 suivante, et tel que l'ensemble des jobs soient réalisés et que les contraintes de «due date» et de «release date» soient respectées.

	Postes de charge actifs de la configuration						Machines supervisées dans la configuration		
	pc1	pc2	pc3	pc4	pc5	pc6	M1	M2	M3
c1	X	X					X	X	
c2	X		X				X		X
c3		X	X					X	X
c4	X					X	X	X	X
c5		X			X		X	X	X
c6			X	X			X	X	X

Tableau 4. 1. Ensemble des configurations d'atelier

Nous donnons dans un premier temps une formulation mathématique de ce problème d'existence, démontrons qu'il est NP-complet, proposons un modèle mathématique linéaire pour sa résolution et proposons une approche de résolution de type programmation dynamique.

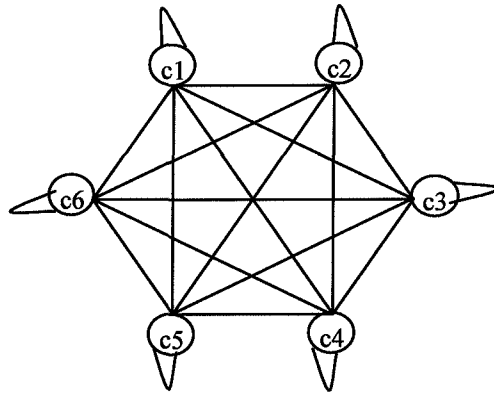


Figure 4. 1. Graphe des configurations d'atelier

4.2. Formulation mathématique

Soient D le nombre de périodes composant le cycle de production, et u la durée d'une période. Une instance du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible, pour ce mode de changement périodique, se formalise comme suit :

a). Paramètres d'une instance du problème

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- K : nombre d'opérateurs ($K < M$)
- D : nombre de périodes,
- u : durée d'une période unitaire,
- d_i : «due date» du job i ,
- n : «release date» du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),
- $G(C,V)$: graphe des configurations d'atelier. C est l'ensemble des sommets (configurations d'atelier) et V l'ensemble des arcs (les passages permis entre configurations d'ateliers).

b). Question

Existe-t-il un chemin dans G de longueur inférieure ou égale à D , où chaque configuration d'atelier du chemin est utilisée pendant une durée u , tel que l'ensemble des jobs soient réalisés, et tel que les contraintes de «due date» et de «release date» soient respectées ?

Nous considérons par la suite que le graphe des configurations d'atelier, pour ce mode de changement périodique, est complet. Nous démontrons dans la section suivante que ce problème est NP-Complet.

4.3. Complexité du problème

Nous pouvons aisément vérifier que ce problème appartient à la classe des problèmes NP. En effet, nous pouvons vérifier toute solution en un temps polynomial. Soit S un chemin du graphe G de longueur inférieure ou égale à D , où chaque configuration d'atelier de S est utilisée pendant une durée égale à u . Soit l'algorithme consistant à calculer, pour chaque période, l'état d'avancement de chaque job sur les machines, en fonction des configurations d'atelier appartenant à S , et en respectant les «release date» et les contraintes de précédences entre les jobs.

Cet algorithme nous permet de vérifier si le chemin S , du graphe des configurations d'atelier G , est une solution du problème d'existence ou non en effectuant N opérations pour chaque étape (période), soit au plus $D.N$ opérations pour l'ensemble des D périodes.

Nous concluons que cet algorithme est polynomial et par conséquent que le problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour le mode de changement périodique appartient à la classe NP des problèmes.

Afin de démontrer que ce problème d'existence est NP-complet il suffit de démontrer que l'une de ses instances particulières est NP-Complet. Pour cela, nous démontrons qu'il existe un problème connu pour être NP-complet et qui :

- se réduit en un temps polynomial à une instance particulière du problème d'existence ;
- admet une solution si et seulement si l'instance particulière du problème d'existence lui correspondant en admet une.

Nous introduisons ci-après l'instance particulière, et présentons un problème connu pour être NP-Complet qui se réduit en un temps polynomial à cette instance particulière. Nous démontrons par la suite que ce problème possède une solution si et seulement si l'instance particulière du problème d'existence lui correspondant en possède une.

4.3.1. Instance particulière du problème Ψ

Nous considérons une instance particulière avec un nombre de jobs égal au nombre de machines (avec le i^{eme} job s'exécutant sur la i^{eme} machine), chaque configuration d'atelier définit un seul vecteur de productivités des machines, et les contraintes de «release date» et de «due date» sont relaxées ($\forall i, r_i = 0; d_i = D.u$). Nous formalisons cette instance particulière du problème d'existence, que l'on note Ψ , pour le mode de réaffectation calendaire, comme suit :

a). Paramètres de l'instance Ψ

- M : nombre de machines,
- $N=M$: nombre de jobs , avec le i^{eme} job s'exécute sur la i^{eme} machine,
- K : nombre d'opérateurs,
- A : collection $m-tuples$ des configurations d'atelier, avec $a_{l,j}$ la productivité de la machine j avec la configuration d'atelier l ,
- \bar{P} : le vecteur $m-tuples$ des temps opératoires des jobs sur les machines,
- D : nombre de périodes,
- u : durée unitaire de la période,

b). Question

Existe-t-il une séquence d'au plus D configurations d'atelier, utilisées chacune pendant une durée égale à u , tel que l'ensemble des jobs soit réalisé ?

Pour démontrer que le problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable pour ce mode de changement calendaire, nous démontrons que l'instance particulière Ψ de ce problème est NP-Complet. Nous démontrons dans la section suivante que Ψ est NP-complet.

4.3.2. Complexité de l'instance particulière du problème Ψ

Afin de démontrer que le problème Ψ est NP-complet, nous démontrons qu'il existe un problème NP-complet qui se réduit en un temps polynomial au problème Ψ . Pour cela, nous nous basons sur le problème « ordonnancement du personnel », connu pour être NP-complet (Garey et al., 1979), et démontrons qu'il se réduit en un temps polynomial au problème Ψ . Notons par la suite le problème « ordonnancement du personnel » par Ξ . Une instance Ξ_π du problème d'ordonnancement du personnel (Garey et al., 1979) se formalise comme suit :

a). Paramètres d'une instance Ξ_π

- m, k : entiers positifs,
- C collection de m -tuples, avec k valeurs à 1, et $m - k$ valeurs à 0,
- \bar{R} m -tuples d'entiers non négatifs,
- n : nombre d'opérateurs.

b). Question

Existe-t-il une fonction $f : C \rightarrow Z_0^+$ telle que : $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n$ et $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R}$?

Théorème 4.1. Le problème d'ordonnancement du personnel est NP-complet (Garey et al., 1979).

Nous nous basons sur le problème d'« ordonnancement du personnel » et utilisons la réduction polynomiale pour démontrer que l'instance Ψ est NP-complet.

Théorème 4.2. Le problème Ψ est NP-complet.

Pour la démonstration du théorème 4.2, nous allons procéder en deux étapes. Dans la première étape nous démontrons que le problème Ξ se réduit en un temps polynomial au problème Ψ , et démontrons dans la seconde étape qu'il existe une solution pour le problème Ξ si et seulement il en existe une pour le problème Ψ lui correspondant.

Étape 1 : réduction polynomiale

Nous démontrons dans cette étape que le problème Ξ se réduit en un temps polynomial au problème Ψ . Nous vérifions alors que l'on peut transformer en un temps polynomial toute instance Ξ_π du problème Ξ en une instance Ψ_π du problème Ψ .

Pour cela nous construisons à partir de toute instance Ξ_π du problème Ξ une instance Ψ_π du problème Ψ comme suit :

c). Paramètres de l'instance Ψ_π

- $M = m$: nombre de machines,
- $K = k$: nombre d'opérateurs,
- $N = m = M$: nombre de jobs, avec le i^{eme} job s'exécutant sur la i^{eme} machine,
- $A = C$: collection $m-tuples$ des configurations d'atelier, avec $\bar{a} = \bar{c} \in \{0,1\}$ la productivité de la machine j avec la configuration d'atelier l ,
- $\bar{P} = \bar{R}$: le vecteurs $m-tuples$ des temps opératoires des jobs sur les machines,
- $D = n$: nombre de périodes de durée unitaire u égale à 1,

d). Question.

Existe-t-il une séquence d'au plus D configurations d'atelier, utilisées chacune pendant une durée égale à $u=1$, tel que l'ensemble des jobs soient réalisés?

Nous pouvons aisément voir que la transformation d'une instance Ξ_π du problème Ξ en une instance Ψ_π du problème Ψ se fait en un temps polynomial. Nous démontrons dans ce qui suit que l'existence d'une solution pour le problème Ξ_π est équivalente à l'existence d'une solution pour le problème Ψ_π .

Étape 2 : Le problème Ξ_π est équivalent au problème Ψ_π

Théorème 4.3. L'instance Ξ_π du problème Ξ admet une solution si et seulement si l'instance Ψ_π lui correspondant du problème Ψ en admet une.

Preuve. Afin de vérifier le théorème 4.3, nous démontrons (démonstration directe) que si il existe une solution pour l'instance Ξ_π alors il existerait une solution pour l'instance Ψ_π , et démontrons (démonstration inverse) que si il existe une solution pour l'instance Ψ_π alors il existerait une solution pour l'instance Ξ_π .

Première démonstration : démonstration directe.

Nous démontrons ici que si il existe une solution pour l'instance Ξ_π alors il existerait une solution pour l'instance Ψ_π .

Supposons qu'il existe une fonction $f : C \rightarrow Z_0^+$ telle que $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n$ et $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R}$,

solution de l'instance Ξ_π . Nous pouvons alors vérifier qu'il existe une solution de l'instance Ψ_π . Nous construisons cette solution S comme suite : pour chaque m -tuples \bar{c} de la collection C faire :

- Si $f(\bar{c})=0$: ne pas retenir la configuration d'atelier \bar{a} , correspondant à \bar{c} , dans la solution S ,
- Si $f(\bar{c})=x>0$: retenir la configuration d'atelier \bar{a} , correspondant à \bar{c} , pour x périodes dans la solution S .

Nous vérifions que le nombre de configurations d'atelier choisies et composant la solution S est inférieur ou égale au nombre de périodes D , et que tous les jobs sont réalisés. En effet, si nous notons par $x_{\bar{a}}$ le nombre de périodes dans lesquelles la configuration d'atelier \bar{a} est

retenue dans S , alors $\sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}}$ sera le nombre total de configurations d'atelier composant S .

Cependant, par définition $\sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}} = \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c})$ et $\sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}} \cdot \bar{a} = \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c}$, avec $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n$ et $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R}$. Nous concluons que $\sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}} \leq D = n$ et $\sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}} \cdot \bar{a} \geq \bar{P} = \bar{R}$.

CQFD.

Seconde démonstration : démonstration inverse .

Nous démontrons, à présent, que si il existe une solution pour l'instance Ψ_{π} alors il existe une solution pour l'instance Ξ_{π} . Soit une séquence de configurations d'atelier S composée de moins de D configurations d'atelier, et telle que tous les jobs soient réalisés. Nous vérifions alors qu'il existe une fonction $f : C \rightarrow Z_0^+$ solution de l'instance Ξ_{π} .

Nous définissons cette fonction comme suit: $\forall \bar{c} \in C, f(\bar{c}) = x_{\bar{a}}$ avec $x_{\bar{a}}$ le nombre de périodes pour lesquelles la configuration d'atelier \bar{a} , correspondant à \bar{c} , est retenue dans S .

Cependant, par définition $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) = \sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}}$ et $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} = \sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}} \cdot \bar{a}$, avec $\sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}} \leq D$ et $\sum_{\bar{a} \in A} x_{\bar{a}} \cdot \bar{a} \geq \bar{P}$.

Nous concluons que $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n = D$ et $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R} = \bar{P}$.

CQFD.

Nous déduisons alors que le problème de détermination d'une affectation des opérateurs réalisant un plan de production cyclique, pour le mode de changement calendaire, est NP-Complet. Par conséquent, il n'est pas utile de chercher un algorithme polynomial pour la résolution de ce problème.

4.4. Modélisation mathématique du problème d'existence

Nous proposons dans cette section un modèle mathématique linéaire en nombres entiers pour le problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible, pour le mode de changement calendaire. Nous rappelons que dans ce mode, le cycle de production est décomposé en plusieurs périodes de durées identiques, et pendant chaque période une seule configuration d'atelier est choisie.

Nous supposons que le graphe des configurations est complet et qu'à chaque configuration d'atelier est associée un seul vecteur de productivité. Ainsi, pour l'étude du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les dispositions des opérateurs dans l'atelier (définies par les configurations d'atelier) et seuls les vecteurs de productivité des machines sont importants.

Plus explicitement, les paramètres de départ considérés dans ce problème sont :

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- K : nombre d'opérateurs ($K < M$)
- D : nombre de périodes,
- u : durée d'une période unitaire,
- d_i : «due date» du job i ,
- r_i : «release date» du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),
- $a_{l,j}$: productivité de la machine j avec la configuration d'atelier l ,
- Λ : grand nombre positif.

Nous considérons les variables suivantes :

- $s_{i,j}$: date de début du job i sur la machine j ,
- $f_{i,j}$: date de fin du job i sur la machine j ,
- $y_{l,t}$ =1 si la configuration d'atelier l est utilisée durant la période t , 0 sinon.

- $w_{i,j,t}=1$ si l'exécution du job i sur la machine j commence à la période t , $=0$ sinon,
- $v_{i,j,t}=1$ si l'exécution du job i sur la machine j se termine à la période t , $=0$ sinon,
- $z_{i,j,t}=1$ si le job i est exécuté à la période t par la machine j , $=0$ sinon,
- $z_{i,j,t,l}=1$ si le job i est exécuté à la période t par la machine j , avec la $l^{ème}$ configuration d'atelier, $=0$ sinon,
- $L_{i,j,t}$: durée consacrée à l'exécution du job i par la machine j durant la période t ,
- $L_{i,j,t,l}$: durée consacrée à l'exécution du job i par la machine j durant la période t , avec la $l^{ème}$ configuration d'atelier,

Le modèle s'écrit comme suit :

Choix des configurations d'atelier à utiliser durant les périodes	
$\forall t, \sum_l y_{t,l}=1$	(4.1)
$\forall i,j,t,l, z_{i,j,t,l} \leq y_{t,l}$	(4.2)
$\forall i,j,t, \sum_l z_{i,j,t,l} \leq 1$	(4.3)
$\forall i,j,t, z_{i,j,t} = \sum_l z_{i,j,t,l}$	(4.4)
La contrainte (4.1) du modèle traduit l'unicité de la configuration d'atelier utilisée durant la période, et la contrainte (4.2) traduit la relation entre la configuration d'atelier utilisée pour l'exécution d'une tâche durant une période et la configuration d'atelier retenue pour cette période. La contrainte (4.3) stipule qu'à chaque période au plus une configuration d'atelier est utilisée pour l'exécution d'une tâche, et la contrainte (4.4) traduit le fait qu'une tâche est exécutée durant une période si une configuration d'atelier est utilisée durant cette période pour son exécution.	
Contraintes sur l'unicité de la période de début et de fin d'exécution des tâches	
$\forall i,j, \sum_{t=1}^D w_{i,j,t}=1$	(4.5)

$$\forall i,j, \sum_{t=1}^D v_{i,j,t} = 1 \quad (4.6)$$

$$\forall i,j, \sum_{t=1}^D t.v_{i,j,t} \geq \sum_{t=1}^D t.w_{i,j,t} \quad (4.7)$$

Le contrainte (4.5) impose l'unicité de la période de début d'exécution des tâches, et la contrainte (4.6) celle de la période de fin d'exécution. La contrainte (4.7) traduit le fait que la période de fin d'exécution d'une tâche ne peut être antérieure à sa période de début d'exécution.

Contraintes déterminant les périodes dans lesquelles sont exécutées les tâches

$$\forall i,j,t, w_{i,j,t} \leq z_{i,j,t} \quad (4.8)$$

$$\forall i,j,t, v_{i,j,t} \leq z_{i,j,t} \quad (4.9)$$

$$\forall i,j,t, \sum_{k=1}^t (w_{i,j,k} - v_{i,j,k}) \leq z_{i,j,t} \quad (4.10)$$

$$\forall i,j,t, z_{i,j,t} \leq \sum_{k=1}^t w_{i,j,k} \quad (4.11)$$

$$\forall i,j,t, z_{i,j,t} \leq \sum_{k=t}^D v_{i,j,k} \quad (4.12)$$

Les contraintes (4.8-4.12) déterminent les périodes au cours desquelles sont exécutées les tâches en fonction de leurs périodes de début et de fin d'exécution. Une tâche est forcément exécutée durant la période de début de son exécution (4.8) (resp. durant la période de fin de son exécution (4.9)). La contrainte (4.10) expose le fait que toute tâche est exécutée durant les périodes contenues entre la période de début de son exécution et celle de fin de son exécution, la contrainte (4.11) traduit le fait qu'une tâche n'est pas exécutée durant toute période précédant la période de début de son exécution, et la contrainte (4.12) traduit le fait qu'une tâche n'est pas exécutée durant toute période suivant sa période de fin de son exécution.

Relations entre les dates de début (resp. de fin) des tâches et leurs périodes de début

(resp. de fin) d'exécution	
$\forall i,j, \sum_{t=1}^D (t-1)w_{i,j,t}.u \leq s_{i,j}$	(4.13)
$\forall i,j, s_{i,j} \leq \sum_{t=1}^D t.w_{i,j,t}.u$	(4.14)
$\forall i,j, \sum_{t=1}^D t.v_{i,j,t}.u \leq f_{i,j}$	(4.15)
$\forall i,j, f_{i,j} \leq \sum_{t=1}^D (t+1)v_{i,j,t}.u$	(4.16)
<p>Les contraintes (4.13-4.14) traduisent le fait que la date de début d'exécution d'une tâche est supérieure à la date de début de la période dans laquelle la tâche commence (4.13), et est inférieure à la date de fin de cette même période (4.14). De même, les contraintes (4.15-4.16) traduisent le fait que la date de fin d'exécution d'une tâche est supérieure à la date de début de la période dans laquelle la tâche se termine (4.15), et est inférieure à la date de fin de cette même période (4.16).</p>	
Relations entre les dates de début et de fin d'exécution des tâches	
$\forall i,j, f_{i,j} \leq s_{i+1,j}$	(4.17)
$\forall i,j, f_{i,j} \leq s_{i,j+1}$	(4.18)
<p>La contrainte (4.17) expose le fait que l'exécution d'un job ne peut commencer sur une machine seulement si l'exécution du job qui le précède sur cette machine est terminée, et la contrainte (4.18) indique que l'exécution d'un job ne peut commencer sur une machine donnée si son exécution n'est pas terminée sur la machine précédente.</p>	
Relations entre les dates de début d'exécution des tâches et les durées consacrées aux tâches qui les précèdent	
$\forall i,j, \sum_{k=1}^i \sum_{t=1}^D L_{k,j,t} \leq s_{i+1,j}$	(4.19)

$$\forall i,j, \sum_{k=1}^j \sum_{t=1}^D L_{i,k,t} \leq s_{ij+1} \quad (4.20)$$

La contrainte (4.19) traduit le fait que la date de début d'un job donné sur une machine est forcément supérieure à la somme des durées consacrée par cette machine à l'exécution des jobs le précédant, et la contrainte (4.20) traduit le fait que la date de début d'un job sur une machine donnée est forcément supérieure à la somme des durées consacrée par les machines précédentes à l'exécution de ce job.

Détermination des durées consacrées à l'exécution des tâches durant les périodes

$$\forall i,j,t, \quad L_{i,j,t} \leq f_{i,j} - s_{i,j} \quad (4.21)$$

$$\forall j,t, \quad \sum_{i=1}^N L_{i,j,t} \leq u \quad (4.22)$$

$$\forall i,j,t, \quad L_{i,j,t} = \sum_{l=1}^L L_{i,j,t,l} \quad (4.23)$$

$$\forall i,j,t,l, \quad L_{i,j,t,l} \leq \Lambda_{i,j,t,l} \quad (4.24)$$

$$\forall i,j, \quad p_{ij} = \sum_{t=1}^D \sum_{l=1}^L a_{i,j} \cdot L_{i,j,t,l} \quad (4.25)$$

Les contraintes (4.21-4.25) permettent de calculer, pour chaque période, la durée consacrée par chaque machine à l'exécution de chaque job. Cette durée est inférieure à la durée totale consacrée par la machine à l'exécution du (4.21), et est inférieure à la durée de la période unitaire (4.22).

La contrainte (4.23) détermine la durée consacrée à l'exécution d'un job sur une machine durant une période en fonction de la somme des durées d'utilisation des configurations d'atelier durant cette période pour l'exécution de ce job sur cette machine. La contrainte (4.24) traduit le fait que la durée d'utilisation d'une configuration d'atelier durant une période pour l'exécution d'un job sur une machine est nulle si cette configuration d'atelier n'est pas utilisée durant cette période pour l'exécution de ce job sur cette machine.

La contrainte (4.25) permet le calcul des durées consacrées à l'exécution des tâches, en fonction de leurs durées opératoires nominales et des configurations d'atelier, et par conséquent des productivités des machines, retenues pour chacune des périodes.

Contraintes de «due date»et de «release date»	
$\forall i,j, f_{ij} \leq D.u$	(4.26)
$\forall i,j, s_{ij} \leq D.u$	(4.27)
$\forall i, f_{i,M} \leq d_i$	(4.28)
$\forall i, s_{i,1} \geq r_i$	(4.29)
$\forall i,j,t,l, s_{ij}, f_{ij}, L_{i,j,t}, L_{i,j,t,l} \geq 0, \forall i,j,t,l, z_{i,j,t,l}, z_{i,j,t}, v_{i,j,t}, w_{i,j,t}, y_{t,l} \in \{0,1\}$	(4.30)

La résolution de ce modèle linéaire répond à la question d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour la réalisation d'un plan de production cyclique, pour le mode de changement calendaire.

Cependant, le nombre de variables et de contraintes de ce modèle linéaire devient rapidement grand pour des instances de tailles plus au moins petites et sa résolution par des outils logiciels nécessitera des temps d'exécution plus au moins grands.

A titre indicatif le nombre de variables discrètes est égal à $2NM(1+2D+DL)+LD$, avec N le nombre de machines, M le nombre de jobs, D le nombre de périodes et L le nombre de configurations d'atelier. A titre d'exemple pour $N=10$, $M=7$, $D=8$ et $L=10$ le nombre de variables s'élève à 13660.

De fait de la taille de ce modèle linéaire en nombres entiers et des temps nécessaires à son exécution et dans l'optique de réduire ces temps d'exécution, nous avons eu recours à des approches de type programmation dynamique pour la résolution du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour la réalisation d'un plan de production cyclique pour ce mode de changement calendaire. Avant d'exposer l'approche de type programmation dynamique que l'on propose, nous rappelons brièvement le principe de telles approches et introduisons les différents concepts qu'elle utilise.

4.5. Approche par programmation dynamique

4.5.1. Principe d'une approche de type programmation dynamique

Une approche de type programmation dynamique permet d'effectuer une recherche filtrée des solutions possibles. Cette approche est généralement composée d'un ensemble d'étapes où, à chaque étape, des décisions (choix) seront prises pour la recherche d'une solution. L'application de ce type d'approches passe par la définition d'un ensemble de concepts que l'on synthétise ci-après.

a. Etat du système

Un état du système est associé à une ensemble de décisions (choix) prises dans la recherche de solutions possibles. Un état initial du système sera défini. Tout autre état du système sera généré à partir de cet état initial ou d'un état généré antérieurement et correspondra à une nouvelle décision prise dans la recherche d'une solution. Ainsi, un état du système généré à un moment donné traduira la succession de choix effectués depuis le début de la procédure.

b. Relation de dominance

Une relation de dominance est une relation binaire entre deux états du système qui permet de comparer la suprématie d'un état sur l'autre. L'application de cette relation de dominance permet de filtrer les solutions possibles en éliminant à chaque étape de la procédure les états du système qui sont dominés par d'autres états systèmes. Notons que cette relation est transitive.

c. Etat Dominant

Un état du système est dit dominant sur un ensemble d'états du système si il n'est dominé par aucun des autres états de cet ensemble. A chaque étape de la procédure seuls les états du système dominants seront gardés et considérés pour la génération de nouveaux états.

d. Fonction de transition

La fonction de transition permet la génération d'un nouvel état du système à partir d'un état du système dominant et d'une décisions prise.

e. Filtres

Un filtre sur état permet de réduire l'ensemble des états dominants à chaque étape de la procédure en éliminant ceux qui s'avéreront inutiles pour la suite. Il permet donc d'accélérer la procédure de recherche d'une solution en évitant de considérer des états du système a priori dominants mais dont l'exploration s'avérera inutile.

f. Procédé de l'approche

L'approche consiste à générer, en se basant sur la fonction de transition, à partir de l'état initial du système (aucune décision n'est prise) tous les états du système possibles de la première étape correspondant à l'ensemble des choix (décisions) pouvant être effectués, et d'appliquer par la suite la relation de dominance et de filtre. L'application de la relation de dominance entre les états du système de cette première étape permet de n'en garder que les états dominants, et l'application des filtres entre ces états dominants réduira l'ensemble des états dominants de la première étape en élimant ceux dont l'exploration est inutile.

L'approche consiste alors à réitérer ce processus jusqu'à ce qu'une solution soit trouvée ou que l'ensemble des états du système soient générés. Le problème n'admet pas de solution si tous les états du système sont générés sans qu'une solution soit trouvée.

Nous présentons dans la section suivante une adaptation de cette approche de type programmation dynamique pour la résolution du problème d'existence d'une affectation des opérateurs pour la réalisation d'un plan de production cyclique pour le mode de changement calendaire.

4.5.2. Adaptation de l'approche de type programmation dynamique

Avant d'exposer la méthode proposée, nous donnons dans ce qui suit une définition d'un état du système, introduisons une relation de dominance entre états et définissons une fonction de transition permettant le passage d'un état à un autre. Après une description du procédé général de la méthode nous exposons deux formules analytiques servant de filtre pour les mauvaises solutions. Nous terminons cette section par des tests et une analyse des résultats.

a. Etat du système

Un état de système généré à la période t sera composé d'une séquence ordonnée de t configurations d'atelier, et se traduira par l'état d'avancement de l'exécution des jobs en fonction des configurations d'atelier choisies durant les périodes $1..t-1$, et celle retenue pour la période t . Plus explicitement, nous définissons un état e du système par une matrice donnant les temps opératoires restants de tous les jobs sur toutes les machines $e = (p_{i,j}^e)_{i=1..N; j=1..M}$.

L'état initial du système est représenté par la matrice des temps opératoires initiaux des jobs sur les machines : $e_0 = (p_{i,j})_{i=1..N; j=1..M}$.

b. Relation de dominance

Soit E un ensemble d'états du système. Nous définissons une relation binaire de dominance entre deux états e et e' de E , que l'on note eDe' si l'état e est dominé par l'état e' , comme suit :

$$eDe' \text{ si et seulement si : } \forall i, j : p_{i,j}^{e'} \leq p_{i,j}^e, \text{ et, } \exists i, j, p_{i,j}^{e'} < p_{i,j}^e. \quad (4.31)$$

Cette relation traduit le fait que l'exécution des jobs est plus avancée avec l'état e' qu'avec l'état e . Autrement dit, les temps opératoires restant des jobs avec l'état e' sont inférieurs ou égaux aux temps opératoires restants avec l'état e , et il existe au moins un job pour lequel le temps opératoire restant avec l'état e' est strictement inférieur à son temps opératoire restant avec l'état e sur une même machine.

Nous notons par la suite la négation de cette relation par \overline{D} , et nous écrivons $e \overline{D} e'$ si l'état e n'est pas dominé par l'état e' .

c. Etat Dominant

Un état e est dit dominant sur un ensemble d'états E , que l'on note $D(e, E)$, si il n'est dominé par aucun des autres états de cet ensemble. En d'autres termes :

$$D(e, E), \text{ si est seulement si } \forall e' \in E, e \overline{D} e' \quad (4.32)$$

d. Fonction de transition

Soit A l'ensemble des configurations d'atelier et soit E l'ensemble des états du système. Nous définissons alors la fonction suivante de transition $g : E \times A \times \mathbb{R}^+ \rightarrow E$ déterminant le nouvel état de système induit par l'utilisation d'une configuration d'atelier donnée pendant une durée bien définie et partant d'un état initial donné.

Autrement dit, $e = g(e', a, d)$ si e est le nouvel état du système résultant de l'état initial e' en utilisant la configuration d'atelier a pendant une durée égale à d . En fonction de la configuration d'atelier a et de la durée de son utilisation d , nous calculons les temps opératoires restants des jobs $p_{i,j}^e$ de l'état e en nous basant sur les temps opératoires restants $p_{i,j}^{e'}$ de l'état e' .

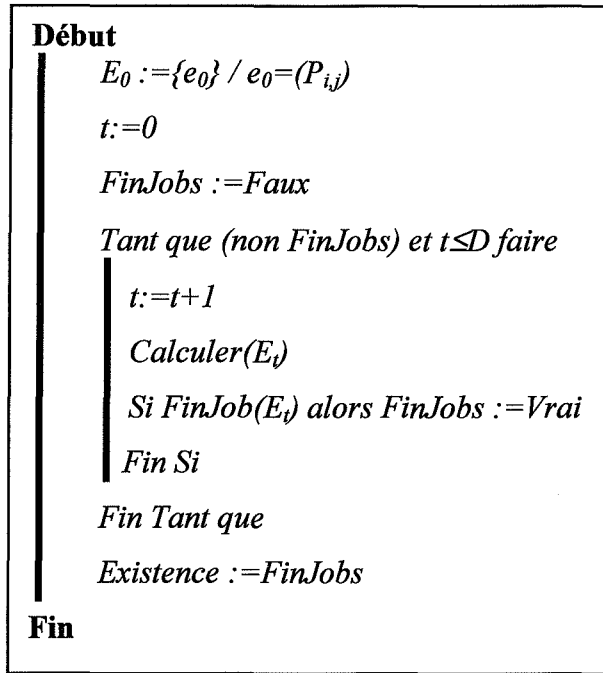
e. Démarche

La procédure consiste à générer pour chaque période t l'ensemble de tous les états possibles, c.a.d. correspondant aux différents choix des configurations d'atelier, à partir des états retenus de la période $t-1$ et de ne garder que les dominants. Nous arrêtons le processus soit à la fin de réalisation de l'ensemble des jobs ou si l'on a parcouru toutes les périodes du cycle de production. Nous n'avons pas d'affectation des opérateurs admissible si à la fin du processus l'intégralité des jobs n'est pas réalisée.

Nous exposons ci-après comment se fera le calcul des états dominants à une période donnée. Avant cela, nous récapitulons la procédure globale de l'approche.

Algorithme

Soit E_t l'ensemble des états dominants e^u de la période t ($t:1..D$). La procédure s'écrit comme suit:



Calcul des états dominants

Soit $E_{t+1}(i)$ l'ensemble des états pouvant être générés à partir du $i^{ème}$ état e^{ti} de E_t . Alors l'ensemble $E_{t+1}(i)$ sera déterminé comme suit:

$$E_{t+1}(i) = \{e_l / l := 1..Card(A), e_l = g(e^{ti}, a_l, d_{t+1})\} \quad (4.33)$$

Avec

- $Card(A)$: cardinal de l'ensemble des configurations d'atelier A ,
- a_l : la $l^{ème}$ configuration d'atelier,
- d_t : durée de la période t .

L'ensemble E_{t+1} des états dominants de la période $t + 1$ sera déterminé comme suit :

$$E_{t+1} = \left\{ e / e \in \bigcup_{k=1}^{Card(E_{t+1}(k))} E_{t+1}(k), et, D \left(e, \bigcup_{k=1}^{Card(E_{t+1}(k))} E_{t+1}(k) \right) \right\} \quad (4.34)$$

Nous introduisons dans la section suivante les équations servant de filtres aux états dominants. Ces filtres permettent l'élimination, à chaque période des états dominants dont l'exploration s'avérera inutile.

4.5.3. Filtres

Afin d'accélérer la recherche d'une affectation des opérateurs admissible nous introduisons deux formules servant de filtres pour les mauvaises solutions. Ces formules nous permettent de réduire l'ensemble des états dominants à chaque période en éliminant ceux qui s'avéreront inutiles pour la suite.

a. Filtre charge machine

Ce filtre permet d'éliminer tous les états dominants mais induisant une surcharge sur l'une des machines.

Soit $\alpha_j = \max_{i=1}^{Card(A)}(a_{i,j})$ la productivité maximale de la machine j . Si pour l'état dominant l'état e , généré à la période t , il existe une machine j tel que $\alpha_j \cdot (D-t) \cdot u < \sum_{i=1}^N p_{i,j}^e$ alors l'exploration de l'état e est inutile.

b. Filtre «due date»

Ce filtre permet d'éliminer tous les états dominants possédant un job ayant une date de fin au plus tôt supérieure à sa «due date».

Notons par df_i^e la date de fin au plus tôt du job i en explorant de l'état e . df_i^e sera déterminé comme suit:

$$df_i^e = \alpha_1 \cdot \sum_{x=1}^{i-1} p_{x,1}^e + \sum_{x=1}^{M-1} (p_{i,x}^e \cdot \alpha_x) + \alpha_M \cdot p_{i,M}^e \quad (4.35)$$

Nous pouvons aisément vérifier que si il existe un job i tel que $d_i < df_i^e$, alors l'exploration de l'état e est inutile.

4.5.4. Analyse de l'approche

L'approche par programmation dynamique proposée nous renseigne sur l'existence d'une affectation des opérateurs admissible. C'est une approche exacte dans le sens où elle confirme ou elle infirme l'existence d'une telle affectation des opérateurs. Cependant, la complexité de cette approche est exponentielle, et dans le pire des cas, le nombre d'instructions qu'elle

exécutera est minoré par D^L avec D le nombre de période et L le nombre de configurations d'atelier. Par ailleurs, plusieurs critères peuvent être :

- Impact du nombre des configurations d'atelier sur le temps d'exécution de l'approche ;
- Impact du nombre des périodes sur le temps d'exécution de l'approche ;
- Impact du nombre des périodes sur la probabilité d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable ;
- Impact de la charge des opérateurs sur la probabilité d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable.

En ce qui concerne le premier critère, l'augmentation du nombre de configurations se traduira par l'allongement du temps d'exécution. De plus, ce temps d'exécution est fortement lié aux productivités des machines définies par les configurations d'atelier. Plus ces productivités sont proches plus le temps d'exécution devient grand. Plus elles sont disjointes plus le temps d'exécution est réduit. Ceci est dû au fait que la similitude dans les productivités des machines se traduira par une faiblesse de la relation de dominance, et donc par la génération d'un plus grand nombre d'états.

De même pour le second critère, l'accroissement du nombre de périodes aura comme conséquence directe l'augmentation du temps d'exécution. Cependant, l'accroissement du nombre de périodes augmente la probabilité d'existence d'une affectation des opérateurs admissible. Cela est dû au fait qu'avec moins de périodes on n'offre pas de mobilité aux opérateurs et l'inactivité des machines se voit allongée, alors qu'avec plus de périodes les opérateurs possèdent plus de mobilité, et le taux d'inactivité se réduit considérablement.

Afin d'étudier ces différents critères, nous avons testé l'approche sur un ensemble de benchmarks générés aléatoirement (voir Annexe A). Ces benchmarks sont composés de 14 travaux, 5 machines et de 3 opérateurs. La durée de cycle de production est de 48 heures. En outre, nous avons considéré deux classes de problèmes en fonction du nombre de configurations d'atelier et du nombre de périodes. La première classe de problèmes est définie selon le nombre de configurations d'atelier et l'on distingue des problèmes à 10 (resp. 15, 20) configurations d'atelier. La seconde classe de problèmes est définie selon le nombre de périodes et l'on distingue des problèmes à 4 (resp. 6, 8) périodes.

Le graphique suivant schématise l'impact du nombre des configurations d'atelier sur le temps d'exécution de l'approche.

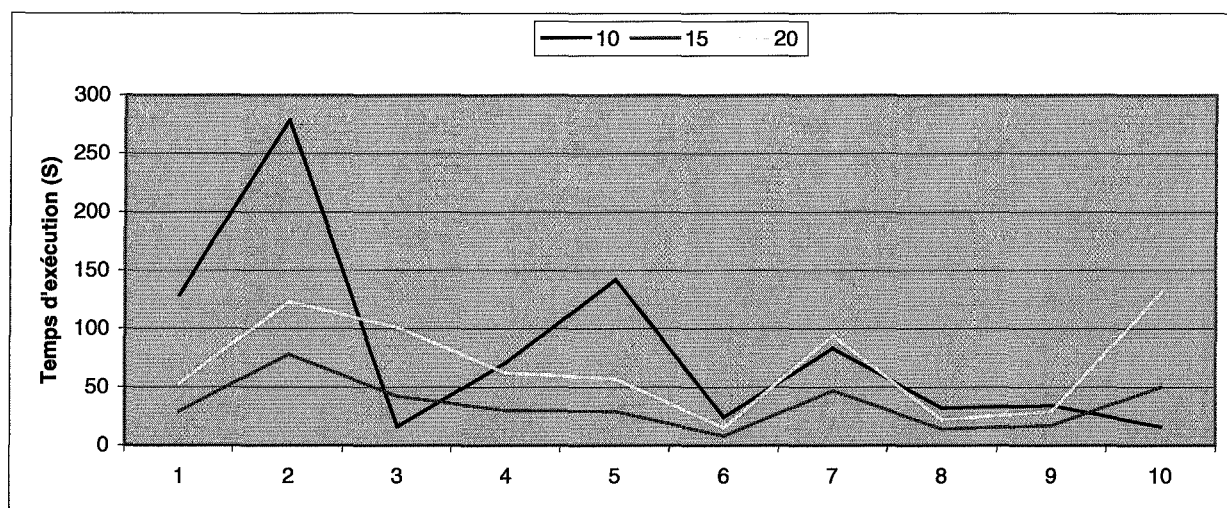


Figure 4. 2. Evolution du temps d'exécution en fonction du nombre de configurations d'atelier

Comme le montre ce graphique, de manière générale le temps d'exécution de l'approche est proportionnel au nombre de configurations d'atelier, et plus ce nombre est grand, plus le temps d'exécution s'allonge. Cependant, pour certains benchmarks, le temps d'exécution est plus grand avec 10 configurations d'atelier qu'avec 15 configurations d'atelier.

Le graphique suivant trace l'évolution de la probabilité d'existence d'une affectation des opérateurs admissible en fonction de la charge des opérateurs et du nombre de périodes.

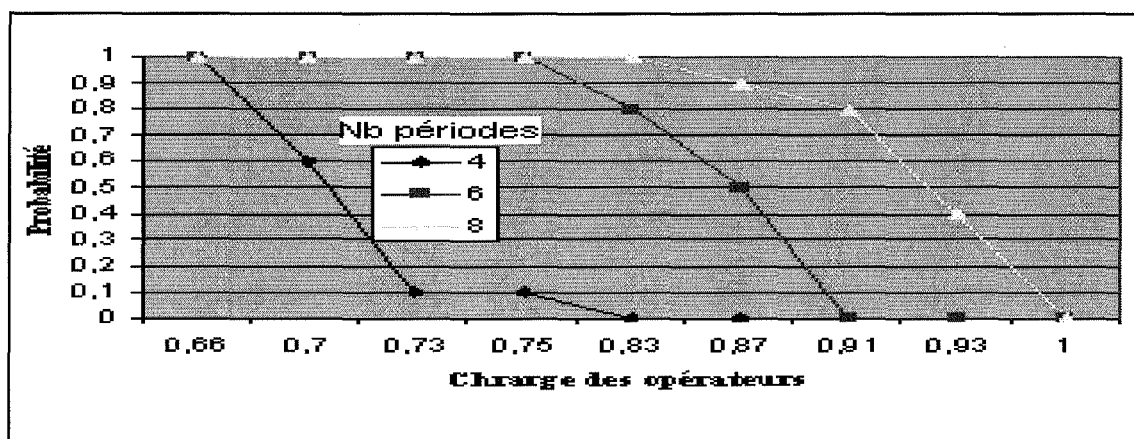


Figure 4. 3. Probabilité d'existence d'une affectation des opérateurs

Comme nous pouvons le constater, l'existence d'une affectation admissible est fortement liée, d'une part, à la charge des opérateurs et , d'autre part, au nombre de périodes composant le cycle de production. Ces tests montrent moins les opérateurs sont chargés plus on a de chance d'avoir une affectation admissible, et plus on dispose de périodes plus on a de chance d'avoir une affectation admissible.

Chapitre 5 : Etude du problème d'existence pour le mode de changement sur événement

<u>5.1. Introduction</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.2. Formulation mathématique</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.3. Complexité du problème</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.3.1. Instance particulière du problème Ω</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.3.2. Complexité de l'instance particulière du problème Ω</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.4. Modélisation mathématique du problème d'existence</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.5. Adaptation de l'approche de type programmation dynamique</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.5.1. Définitions</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.5.2. Démarche</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.5.3. Filtres</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>5.5.4. Analyse de l'approche</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>

5.1. Introduction

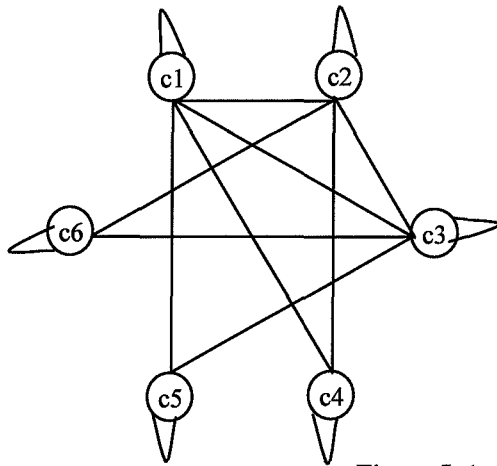
Se situant dans le même contexte que pour le chapitre 5, ce chapitre traite du problème d'existence d'une affectation des opérateurs permettant la réalisation d'un ordonnancement cyclique, dans le cas où les réaffectations des opérateurs se font sur événement.

Dans ce mode de réaffectation sur événement, un changement de configuration d'atelier peut être effectué à la fin de réalisation de chaque tâche. Plus précisément, à chaque fin de tâche nous pouvons procéder à la réaffectation de l'opérateur qui l'exécutait.

Si l'on considère l'exemple de référence (atelier à trois machines et deux opérateurs), le problème d'existence pour ce mode de changement sur événement consiste alors à rechercher un chemin dans le graphe des configurations d'atelier (voir figure 5.1) tel que chaque changement de configuration soit associé à un fin de tâche, que les changements de configurations respectent les passages autorisés en fonction des fins de tâches (voir tableau 5.1) et que l'ensemble des jobs soit réalisé sans dépassement de la durée de cycle ni violation des contraintes de «due date» et de «release date». Pour cet exemple, et en considérant les 6 lots de fabrication issus de la nouvelle renumérotation (voir la figure III.2.) la longueur du chemin que l'on recherche sera inférieure ou égale à $6 \times 3 = 18$; autrement dit le nombre maximal de changements de configuration que l'on peut effectuer est inférieur ou égal au nombre total de tâches (soit 18 pour l'exemple) et est strictement inférieur au nombre de tâches dans le cas où deux tâches se terminent au même temps.

	Fin de tâche M1	Fin de tâche M2	Fin de tâche M3
c1	c1, c3, c5	c1, c2, c4	
c2	c2, c3, c6		c1, c2, c4
c3		c2, c3, c6	c1, c3, c5
c4	c4	c2, c4	c1, c4
c5	c3, c5	c5	c1, c5
c6	c3, c6	c2, c6	c6

Tableau 5. 1. Passages entre configurations d'atelier associés aux fin de tâches



	M1	M2	M3
c1	Op1	Op2	X
c2	Op1	X	Op2
c3	X	Op1	Op2
c4	Op1	Op2	Op2
c5	Op1	Op2	Op1
c6	Op1	Op1	Op2

Figure 5. 1. Graphe des configurations d'atelier

Comme au chapitre 5, nous donnerons dans un premier temps une formulation mathématique de ce problème d'existence, démontrerons qu'il est NP-complet, et proposerons un modèle mathématique linéaire pour sa résolution avant de présenter une approche de résolution de type programmation dynamique.

5.2. Formulation mathématique

Nous formalisons une instance de ce problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible, pour ce mode de changement sur événement, comme suit :

a). Paramètres d'une instance du problème

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- T : durée de cycle,
- d_i : «due date» du job i ,
- n : «release date» du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),
- $G(C,V)$: graphe des configurations d'atelier. C est l'ensemble des sommets (configurations d'atelier) et V l'ensemble des arcs (les passages permis entre configurations d'ateliers).

b). Question.

Existe-t-il un chemin S dans G de longueur inférieure ou égale à $N.M$, avec la durée d'utilisation de chaque configuration d'atelier composant S , telle que :

- La durée totale d'utilisation de l'ensemble des configurations d'atelier ne dépasse pas la durée de cycle T ,
- Les contraintes de «due date» et de «release date» sont respectées,
- Les changements de configurations d'atelier se font en fin de tâche,
- L'ensemble des jobs est réalisé.

Nous démontrons dans la section suivante que ce problème est NP-complet.

5.3. Complexité du problème

Comme dans le cas du mode de changement périodique de configuration d'atelier, nous démontrons dans cette section que le problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour le mode de changement sur événement est NP-complet.

Notons que pour ce mode de changement sur événement, le nombre de configurations d'atelier pouvant composer une solution du problème d'existence est inférieur ou égal au nombre de tâches $N.M$. En effet, en supposant qu'il n'y ait pas de tâches se terminant simultanément (à chaque changement de configuration d'atelier une et une seule tâche se termine) le nombre total de configurations d'atelier qui composeront une solution sera égal à $N.M$.

Nous pouvons aisément vérifier que ce problème appartient à la classe NP des problèmes. Pour cela, nous proposons un algorithme vérifiant toute solution en un temps polynomial.

Soit S un chemin du graphe G de longueur inférieure ou égale à $N.M$, et soit l'algorithme consistant à :

- Calculer l'état d'avancement de chaque job sur les machines, en fonction des configurations d'atelier appartenant à S ,
- Vérifier que les changements de configuration se font en fin de tâches,
- Vérifier que les contraintes de «release date» et «due date» sont respectées,

- Vérifier que la durée totale de l'utilisation de l'ensemble des configurations d'atelier de S est inférieure à la durée du cycle.

Nous notons que cet algorithme nous permet de vérifier si S est une solution du problème ou non en effectuant au plus $(N.M)^2$ opérations. Nous concluons alors que cet algorithme est polynomial, et par conséquent l'appartenance du problème d'existence, d'une affectation des opérateurs admissible, pour le mode de changement sur événement, à la classe NP des problèmes.

Tout comme pour le premier mode de changement, afin de démontrer que ce problème d'existence est NP-complet il suffit de démontrer que l'une de ses instances particulières est NP-Complet. Pour cela, nous démontrons que le problème NP-complet « ordonnancement du personnel » défini dans le chapitre précédent :

- se réduit en un temps polynomial à une instance particulière du problème d'existence ;
- admet une solution si et seulement si l'instance particulière du problème d'existence lui correspondant en admet une.

Nous introduisons ci-après l'instance particulière du problème d'existence considérée, prouvons que le problème « ordonnancement du personnel » se réduit en un temps polynomial à cette instance particulière, et démontrons par la suite que ce problème possède une solution si et seulement si l'instance particulière du problème d'existence lui correspondant en possède une.

5.3.1. Instance particulière du problème Ω

Nous considérons une instance particulière où les contraintes de «due date» et de «release date» sont relaxées. Chaque configuration d'atelier définit un seul vecteur de productivité des machines avec des productivités limitées à 0 et 1. Nous formalisons cette instance particulière Ω du problème comme suit :

a). Paramètres de l'instance Ω

- $M = m$: nombre de machines,
- k : nombre d'opérateurs,
- C : collection de m -tuples correspondant aux configurations d'atelier (la productivité d'une machine est égale à 1 si un opérateur est affecté à cette machine, 0 sinon),
- N : nombre de jobs,
- \bar{P} : le vecteurs m -tuples des temps opératoires des jobs sur les machines,
- T : durée du cycle de production.

b). Question.

Existe-t-il une séquence d'au plus $N.M$ configurations d'atelier telle que :

- La durée totale d'utilisation des configurations d'atelier ne dépasse pas la durée de cycle T ,
- Les changements de configurations d'atelier se font en fin de tâche,
- L'ensemble des jobs est réalisé.

5.3.2. Complexité de l'instance particulière du problème Ω

Afin de démontrer la NP-complétude du problème Ω , nous démontrons qu'il existe un problème NP-complet qui se réduit en un temps polynomial au problème Ω . Pour cela, nous nous basons sur le problème « d'ordonnancement du personnel Ξ » et démontrons qu'il se réduit en un temps polynomial au problème Ω .

Théorème 5.1. Le problème Ω est NP-complet.

Pour la démonstration du théorème 5.1 nous allons procéder en deux étapes. Dans la première étape nous démontrons que le problème Ξ se réduit en un temps polynomial au problème Ω , et démontrons dans la seconde étape qu'il existe une solution pour le problème Ξ si et seulement il en existe une pour le problème Ω lui correspondant.

Étape 1 : réduction polynomiale.

Nous démontrons dans cette étape que le problème Ξ se réduit en un temps polynomial au problème Ω . Nous vérifions alors que l'on peut transformer en un temps polynomial toute instance Ξ_π du problème Ξ en une instance Ω_π du problème Ω .

Pour cela nous construisons à partir de toute instance Ξ_π du problème Ξ (telle que définie dans le chapitre 4) une instance Ω_π du problème Ω comme suite :

a). Paramètres de l'instance Ω_π

- $M = m$: nombre de machines,
- k : nombre d'opérateurs,
- C collection de m -tuples correspondant aux affectations de k opérateurs sur les m machines (productivité d'une machine est égale à 1 si un opérateur est affecté à cette machine, 0 sinon)
- $\bar{P} = \bar{R}$: le vecteur m -tuples des temps opératoires des jobs sur les machines.
- $T=n$: durée du cycle de production,
- Pour chaque $(R_i)_{i=1..m}$ nous considérons R_i jobs à exécuter uniquement sur la i^{eme} machine, avec un temps opératoire identique pour tous ces jobs et égal à 1,
- $N = \sum_{i=1}^m R_i$: le nombre de jobs avec :
 - Aucune précedence n'existe entre les jobs s'exécutant sur des machines différentes,
 - Les jobs s'exécutant sur une même machine ont un même temps opératoire et égal à 1.

b). Question.

Existe-t-il une séquence de configurations d'atelier telle que :

- A chaque changement de configuration d'atelier, il y a au moins une tâche qui se termine,
- La durée totale d'utilisation de l'ensemble des configurations d'atelier est inférieure à la durée du cycle T ,
- L'ensemble des jobs est réalisé.

Nous pouvons aisément voir que la transformation d'une instance Ξ_π du problème Ξ en une instance Ω_π du problème Ω se fait en un temps polynomial. Nous démontrons dans ce qui suit que l'existence d'une solution pour le problème Ξ_π est équivalent à l'existence d'une solution pour le problème Ω_π .

Étape 2 : Le problème Ξ_π est équivalent au problème Ω_π

Théorème 5.2: l'instance Ξ_π du problème Ξ admet une solution si et seulement si l'instance Ω_π lui correspondant du problème Ω en admet une.

Preuve. Afin de vérifier le théorème 5.2, nous démontrons (démonstration directe) que si il existe une solution pour l'instance Ξ_π alors il existerait une solution pour l'instance Ω_π , et démontrons (démonstration inverse) que si il existe une solution pour l'instance Ω_π alors il existerait une solution pour l'instance Ξ_π .

Première démonstration : démonstration directe .

Nous démontrons que si il existe une solution pour l'instance Ξ_π alors il existe une solution pour l'instance Ω_π :

Soit une fonction $f : C \rightarrow Z_0^+$ solution de l'instance Ξ_π , telle que $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n$ et

$$\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq R.$$

Nous pouvons aisément vérifier qu'il existe une solution pour l'instance Ω_π . Nous construisons cette solution S comme suite : pour chaque m -tuples \bar{c} de la collection C faire :

- Si $f(\bar{c})=0$: ne pas retenir la configuration d'atelier \bar{a} , correspondant à \bar{c} , dans la solution S ,

- Si $f(\bar{c})=x>0$: retenir la configuration d'atelier \bar{a} , correspondant à \bar{c} , x fois dans la solution S , avec une durée d'utilisation égale à 1 à chaque fois.

Puisque l'ensemble des jobs est composé de tâches élémentaires dont les temps opératoires sont identiques et sont égaux à 1, on est sûr qu'à chaque changement de configuration d'atelier il y a au moins une tâche qui se termine sur une machine. D'autre part, nous pouvons vérifier aussi que la durée totale d'utilisation des configuration d'atelier de S est inférieure à la durée de cycle $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n = T$.

Nous vérifions aussi que l'ensemble des jobs est réalisé :

$$\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R} \Rightarrow \forall 1 \leq i \leq M, \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot c_i \geq \sum_{x=1}^{R_i} 1.$$

CQFD.

Seconde démonstration : démonstration inverse .

Nous démontrons à présent que si il existe une solution pour l'instance Ω_π alors il existe une solution pour l'instance Ξ_π .

Soit S une séquence d'au plus $N.M$ configurations d'atelier, avec la durée d'utilisation de chaque configuration d'atelier égale à 1, solution de Ω_π et avec :

- A chaque changement de configuration d'atelier, il y a au moins une tâche qui se termine,
- La durée totale d'utilisation des configurations d'atelier de S est inférieure à la durée de cycle T ,
- L'ensemble des jobs est réalisé.

Puisque l'ensemble des jobs est composé de tâches élémentaires dont les temps opératoires sont identiques et sont égaux à 1, on est sûr qu'à chaque changement de configuration d'atelier dans S il y a au moins une tâche qui se termine sur une machine.

Nous pouvons aisément vérifier qu'il existe une fonction $f: C \rightarrow Z_0^+$ solution de l'instance Ξ_π . Nous définissons cette fonction comme suit.

Pour toute configuration d'atelier \bar{c} de C , nous posons $f(\bar{c})$ égal au nombre de fois que \bar{c} apparaît dans la séquence S solution de Ω_π . Ainsi, nous vérifions que :

- $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq T \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n$
- $\forall 1 \leq i \leq M, \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot c_i \geq \sum_{x=1}^{R_i} 1 \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R}$

CQFD

En nous appuyant sur ces théorèmes, nous concluons que le problème d'existence d'une affectation du personnel admissible, pour un ordonnancement cyclique dans un atelier Flow Shop, est NP-complet, dans le cas où les changements de configuration d'atelier se font en fin de tâche. Par conséquent, il n'est pas utile de chercher un algorithme polynomial pour la résolution de ce problème.

Remarque

Nous pouvons aisément vérifier que l'instance Ω est une instance particulière des problèmes d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour les cas suivants :

- Flow shop simple ou flexible, avec ou sans présence de «due date» et de «release date», et jobs déjà ordonnancés ou pas,
- Job shop simple ou flexible, avec ou sans présence de «due date» et de «release date», et jobs déjà ordonnancés ou pas,
- Machines parallèles, avec ou sans présence de «due date» et de «release date», et jobs déjà ordonnancés ou pas.

Nous déduisons alors que le problème d'existence d'une affectation admissible, pour le mode de changement de configuration d'atelier périodique, de tous ces cas est NP-Complet.

5.4. Modélisation mathématique du problème d'existence

Nous proposons dans ce qui suit un modèle mathématique linéaire pour le problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour le mode de changement sur événement. Nous rappelons que dans ce mode les changements de configuration se font en fin de tâches.

Le modèle mathématique proposé exploite le fait que le nombre de configurations d'atelier composant une solution est inférieur ou égal au nombre total de tâches, soit $N.M$. Ceci implique le choix d'au plus $N.M$ configurations d'atelier. En se basant sur cette remarque, nous proposons un modèle mathématique linéaire.

Avant de présenter ce modèle, nous synthétisons ci-après les paramètres de départ considérés :

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- K : nombre d'opérateurs ($K < M$)
- T : durée du cycle de production,
- d_i : «due date» du job i ,
- n : «release date» du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),
- $a_{l,j}$: productivité de la machine j avec la configuration d'atelier l ,
- $x_{l,h,j}=1$ si le passage de la $l^{\text{ème}}$ configuration d'atelier à la $h^{\text{ème}}$ configuration d'atelier est possible à la fin d'exécution d'une tâche sur la machine j , 0 sinon,
- t : $t^{\text{ème}}$ étape correspondant au choix de la $t^{\text{ème}}$ configuration d'atelier,
- Λ : grand nombre positif.

Nous considérons les variables suivantes :

- $w_{i,j,t}=1$: si l'exécution du job i sur la machine j commence au début de la $t^{\text{ème}}$ étape, 0 sinon,
- $v_{i,j,t}=1$: si l'exécution du job i sur la machine j termine à la fin de la $t^{\text{ème}}$ étape, 0 sinon,
- $v_{i,j,t,l}=1$: si l'exécution du job i sur la machine j termine à la fin de la $t^{\text{ème}}$ étape avec la $l^{\text{ème}}$ configuration d'atelier, 0 sinon,
- $z_{i,j,t}=1$: si le job i est exécuté sur la machine j à l'étape t , 0 sinon,
- $D_{i,j,t}$: durée consacrée durant l'étape t à la réalisation du job i sur la machine j ,
- $q_{i,j,t}$: quantité réalisée du job i sur la machine j à l'étape t ,
- $y_{l,t}$: si la $l^{\text{ème}}$ configuration d'atelier est choisie à la $t^{\text{ème}}$ étape, 0 sinon,
- $\lambda_{l,t}$: durée d'utilisation de la configuration d'atelier l à l'étape t ,
- λ_t : durée d'utilisation de la configuration d'atelier de l'étape t .

Contraintes :

Choix des configurations d'atelier et leurs durées d'utilisations	
$\sum_{t=1}^{NM} \lambda_t \leq T$	(5.1)
$\forall t, \lambda_t = \sum_{l=1}^L \lambda_{l,t}$	(5.2)
$\forall t, l, \lambda_{l,t} \leq \Lambda \cdot y_{l,t}$	(5.3)
$\forall t, \sum_{l=1}^L y_{l,t} = 1$	(5.4)
$\forall t, k, l, y_{k,t} \leq \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L x_{l,k,j} \cdot v_{i,j,t,l}$	(5.5)
$\forall i, j, t, l, v_{i,j,t,l} \leq y_{l,t-1}$	(5.6)

$$\forall i,j,t, \quad v_{i,j,t} = \sum_{l=1}^L v_{i,j,t,l} \quad (5.7)$$

Les contraintes (5.1-5.4) fixent les durées d'utilisation des configurations d'atelier durant chaque étape. La contrainte (5.1) impose à la durée totale d'utilisation des configurations d'atelier, égale à la somme des durées des étapes, d'être inférieure à la durée de cycle. La contrainte (5.2) calcule la durée d'utilisation de chaque étape en fonction des durées d'utilisations des configurations d'atelier dans cette étape. La contrainte (5.3) traduit le fait qu'à chaque étape la durée d'utilisation d'une configuration d'atelier est nulle si elle n'est pas retenue pour cette étape, alors que la contrainte (5.4) impose l'utilisation d'une seule configuration d'atelier à chaque étape. Les contraintes (5.5-5.7) imposent le respect des contraintes de passages entre configurations d'atelier en fonction des tâches qui se terminent à chaque étape.

Contraintes sur l'unicité de début et de fin d'exécution des tâches

$$\forall i,j, \quad \sum_{t=1}^{NM} w_{i,j,t} = 1 \quad (5.8)$$

$$\forall i,j, \quad \sum_{t=1}^{NM} v_{i,j,t} = 1 \quad (5.9)$$

La contrainte (5.8) expose le fait que toute tâche commence une seule fois au début d'une étape donnée, et la contrainte (5.9) expose le fait que chaque tâche se termine une seule fois à la fin d'une étape donnée.

Détermination du nombre d'événements de fin de tâches

$$\forall t,j, \quad \sum_{i=1}^N w_{i,j,t} \leq 1 \quad (5.10)$$

$$\forall t,j, \quad \sum_{i=1}^N v_{i,j,t} \leq 1 \quad (5.11)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M w_{i,j,t} = N.M \quad (5.12)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M v_{i,j,t} = N.M \quad (5.13)$$

Les contraintes (5.10) et (5.11) indiquent qu'à chaque étape, un seul job peut commencer

(resp. peut se terminer) sur une machine donnée, et les contraintes (5.12, 5.13) exposent le fait que l'on a exactement $N.M$ tâches qui commencent et exactement $N.M$ tâches qui se terminent sur le cycle.

Au moins une tâche se termine à chaque étape

$$\forall t, \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M w_{i,j,t+1} \leq N.M - \sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M w_{i,j,k} \quad (5.14)$$

$$\forall t, \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M v_{i,j,t+1} \leq N.M - \sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M v_{i,j,k} \quad (5.15)$$

Les contraintes (5.8, 5.9) traduisent le fait qu'au moins une tâche se termine à chaque étape, tant que le nombre de tâches déjà terminées est inférieur à $N.M$. Cette contrainte signifie que dans le cas où plusieurs tâches se terminent simultanément, on n'aura pas de tâche(s) à exécuter pour les dernières étapes

Contraintes déterminant les étapes dans lesquelles sont exécutées les tâches

$$\forall i,j, \sum_{t=1}^{NM} t.v_{i,j,t} \geq \sum_{t=1}^{NM} t.w_{i,j,t} \quad (5.16)$$

$$\forall i,j,t, w_{i,j,t} \leq z_{i,j,t} \quad (5.17)$$

$$\forall i,j,t, v_{i,j,t} \leq z_{i,j,t} \quad (5.18)$$

$$\forall i,j,t, \sum_{t=1}^{NM} (w_{i,j,t} - v_{i,j,t}) \leq z_{i,j,t} \quad (5.19)$$

$$\forall i,j,t, z_{i,j,t} \leq \sum_{k=1}^t w_{i,j,k} \quad (5.20)$$

$$\forall i,j,t, z_{i,j,t} \leq \sum_{k=1}^{NM} v_{i,j,k} \quad (5.21)$$

$$\forall j,t, \sum_{i=1}^N z_{i,j,t} \leq 1 \quad (5.22)$$

La contrainte (5.16) traduit le fait que l'étape de début d'exécution d'une tâche vient forcément avant l'étape de sa fin d'exécution, et les contraintes (5.17-5.22) déterminent les

étapes d'exécution des tâches en fonction de leurs étapes de début et de fin d'exécution. Une tâche est forcément exécutée durant l'étape de début de son exécution (5.17) (resp. durant l'étape de fin de son exécution (5.18)). La contrainte (5.19) signifie que toute tâche est exécutée durant les étapes contenues entre l'étape de début de son exécution et celle de fin de son exécution. Les contraintes (5.20) et (5.21) indiquent qu'une tâche n'est pas exécutée durant les étapes précédant celle de début de son exécution ainsi que durant les étapes suivant l'étape de fin de son exécution. La contrainte (5.22) expose le fait qu'à chaque étape au plus un seul job est exécuté sur une machine donnée.

Relations entre les dates de début d'exécution des tâches et leurs dates de fin d'exécution

$$\forall i,j, \quad f_{i,j} \geq s_{i,j} + \sum_{t=1}^{NM} D_{i,k,t} \quad (5.23)$$

$$\forall i,j, \quad f_{i,j} \leq s_{i+1,j} \quad (5.24)$$

$$\forall i,j, \quad f_{i,j} \leq s_{i,j+1} \quad (5.25)$$

La contrainte (5.23) expose le fait que la date de début d'exécution d'un job sur une machine est forcément supérieure à sa date fin sur cette machine. La contrainte (5.24) expose le fait que l'exécution d'un job peut commencer sur une machine seulement si l'exécution du job le précédant sur cette machine est terminée. La contrainte (5.25) indique que l'exécution d'un job ne peut commencer sur une machine donnée si son exécution n'est pas terminée sur la machine précédente.

Relations entre les dates de début des tâches et les durées consacrées à l'exécution des tâches qui les précèdent

$$\forall i,j, \quad s_{i,j} \geq \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{t=1}^{NM} D_{k,j,t} \quad (5.26)$$

$$\forall i,j, \quad s_{i,j} \geq \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{t=1}^{NM} D_{i,k,t} \quad (5.27)$$

La contrainte (5.26) traduit le fait que la date de début d'un job donné sur une machine est forcément supérieure à la somme des durées consacrée par cette machine à l'exécution des jobs le précédant, et la contrainte (5.27) traduit le fait que la date de début d'un job sur une machine donnée est forcément supérieure à la somme des durées consacrée par les machines

précédentes à l'exécution de ce job.	
Contraintes déterminant les durées consacrées à l'exécution des tâches durant chaque étape	
$\forall i,j,t, \quad D_{i,j,t} \leq \Lambda_{i,j,t}$	(5.28)
$\forall i,j,t, \quad q_{i,j,t} \leq D_{i,j,t}$	(5.29)
La contrainte (5.28) impose à la durée consacrée par une machine donnée, durant une étape donnée, à la réalisation d'un job d'être nulle si, durant cette étape, le job n'est pas exécuté par la machine. La contrainte (5.29) traduit le fait que la quantité réalisée d'un job sur une machine à une étape donnée est nulle si la durée consacrée par la machine, durant cette étape, à la réalisation du job est nulle.	
Relations entre les temps opératoires des tâches et le choix des configurations d'atelier	
$\forall i,j,t, \quad q_{i,j,t} \leq \sum_{l=1}^L a_{j,l} \cdot \lambda_{l,t}$	(5.30)
$\forall i,j, \quad p_{i,j} = \sum_{t=1}^{NM} q_{i,j,t}$	(5.31)
La contrainte (5.30) borne la quantité réalisée d'un job sur une machine à une étape donnée en fonction des durées d'utilisation des configurations d'atelier durant cette étape, et de la productivité de la machine définie par ces configurations d'atelier. La contrainte (5.31) calcule la quantité réalisée d'un job sur une machine sur les étapes en fonction du temps opératoire du job sur la machine.	
Contraintes de «due date» et de «release date»	
$\forall i,j, \quad s_{i,j} \leq T$	(5.32)
$\forall i,j, \quad f_{i,j} \leq T$	(5.33)
$\forall i, \quad s_{i,1} \geq r_i$	(5.34)
$\forall i, \quad f_{i,M} \leq d_i$	(5.35)
$\forall i,j,t,l, \quad s_{i,j}, f_{i,j}, D_{i,j,t}, q_{i,j,t}, \lambda_{l,t} \geq 0, \quad z_{i,j,t}, w_{i,j,t}, v_{i,j,t}, y_{l,t} \in \{0,1\}$	

Les contraintes (5.32) et (5.33) imposent aux dates de début et de fin d'exécution d'une tâche d'être inférieures à la date de fin de cycle. La contrainte (5.34) signifie que la date de début d'exécution d'un job sur la première machine doit être supérieure à sa «release date», et la contrainte (5.35) expose le fait que la date de fin d'exécution d'un job sur la dernière machine doit être inférieure à sa «due date».

La résolution de ce modèle linéaire répond à la question d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour la réalisation d'un plan de production cyclique, pour le mode de changement calendaire.

Cependant, tout comme pour le premier modèle le nombre de variables et de contraintes de ce modèle linéaire devient rapidement grand pour des instances de tailles plus au moins petites, et sa résolution par des outils logiciels nécessitera des temps d'exécution plus au moins grands.

Le nombre de variables est égal à $(5+L)N^2M^2+(2L+3)NM$, avec N le nombre de machines, M le nombre de jobs et L le nombre de configurations d'atelier. A titre indicatif pour $N=10$, $M=7$, $L=10$ le nombre de variables sera égal à 75110.

Du fait de la grandeur de ce modèle linéaire et des temps nécessaires à son exécution, et dans l'optique de réduire ces temps d'exécution, nous ferons appel, tout comme pour le premier de changement calendaire, à une approche de type programmation dynamique pour la résolution du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour la réalisation d'un plan de production cyclique pour ce mode de changement sur événement.

Nous présentons dans la section suivante une adaptation de l'approche de type programmation dynamique pour la résolution de ce problème.

5.5. Adaptation de l'approche de type programmation dynamique

Avant d'exposer cette adaptation nous introduisons, dans ce qui suit, la notion d'événement (fin de réalisation d'une tâche), et l'ensemble des dispositions que l'on associe à un événement éléments de base à l'adaptation de l'approche de type programmation dynamique. Nous donnons par la suite une définition d'un état du système, d'une relation de dominance entre états et définissons la fonction de transition permettant le passage d'un état à un autre.

5.5.1. Définitions

a. Événement

Nous définissons un événement comme étant la fin de réalisation d'une tâche sur une machine. Le nombre maximal d'événements pouvant survenir au même temps est égal au nombre de machines M , et le nombre total d'événements est égal $M.N$, correspondant au nombre total de tâches.

b. Configurations d'atelier associées à un événement

Nous définissons $\Phi_{\omega,j}$ comme étant l'ensemble des configurations d'atelier pouvant être atteintes à partir d'une configuration d'atelier ω , et suite à la fin de réalisation de la tâche sur la machine j .

Rappelons que la caractéristique de ce mode de changement sur événement est qu'à partir d'une configuration d'atelier donnée, et suite à la fin de réalisation d'une tâche sur une machine, nous ne pouvons pas transiter vers toutes les configurations d'atelier. Par contre, nous avons : $\forall j, \omega \quad \omega \in \Phi_{\omega,j} \subset \Phi$, Φ étant l'ensemble de toutes les configurations d'atelier.

c. État du système

Un état e du système traduit le choix d'une séquence de configurations d'atelier. Il est obtenu suite à une fin de réalisation d'une tâche et par le choix d'une nouvelle configuration d'atelier. Plus explicitement, nous définissons un état e du système par une triplet (ω^e, ρ^e, P^e) où :

- ω^e représente la dernière configuration d'atelier choisie de l'état e ,
- ρ^e le vecteur des productivités des machines associé à la configuration d'atelier ω^e ($\rho^e \in \Psi_{\omega^e}$),
- $P^e = (p^e_{i,j})_{i \in 1..N; j \in 1..M}$ la matrice donnant les temps opératoires restants, à la sortie de l'état e , de tous les jobs sur toutes les machines en fonction de la suite des configurations d'atelier composant e .

De plus, à tout état e du système sera associé :

- La date t^e de fin de réalisation de la première tâche,
- Un ensemble $F(e)$ de machines sur lesquelles les tâches se terminent à la date t^e ,

- Un ensemble Φ_e de configurations d'atelier pouvant être atteintes à partir de l'état e . Cet ensemble est déterminé en fonction de la dernière configuration d'atelier ω^e de l'état e et de l'ensemble des machines $F(e)$ sur lesquelles des tâches se terminent simultanément à la date t^e . Nous avons : $\Phi_e = \bigcup_{j \in F(e)} \Phi_{\omega, j}$.

Notons qu'avec ces notations nous avons pris en compte le fait que deux tâches, ou plus, peuvent se terminer en même temps.

État initial

En particulier, l'état initial e^0 du système sera représenté par le triplet $(/, //, P^{e^0})$ où :

- $/$: traduit le fait qu'aucune configuration d'atelier n'est choisie a priori,
- $//$: traduit le fait qu'aucun vecteur de productivité n'est choisi a priori,
- P^{e^0} : est la matrice initiale des temps opératoires des jobs sur les machines : $p^{e^0} = (p_{i,j})_{i=1..N; j=1..M}$.

De plus nous avons $\Phi_{e^0} = \Phi$.

Soulignons que nous aurons pour chaque état du système au plus $M.N$ configurations d'atelier correspondant au maximum d'événements de fin de réalisation de tâches que l'on peut avoir.

d. Fonction de transition

Soient E l'ensemble des états du système et $\Gamma = \{1, \dots, M\}$ l'ensemble des machines. Nous définissons la fonction de transition $g : E \times \Gamma \times \Phi \times \Psi \rightarrow E$ déterminant le nouvel état de système induit par le choix d'une nouvelle configuration d'atelier à la fin de réalisation d'une tâche sur une machine donnée.

Plus explicitement $e = g(e', j, \omega, \rho)$ si e , défini par $(\omega^e = \omega, \rho^e = \rho, P^e)$, est le nouvel état du système résultant de l'état initial e' , défini par $(\omega^{e'}, \rho^{e'}, P^{e'})$, en choisissant la nouvelle configuration d'atelier ω avec le vecteur de productivité ρ à la fin de réalisation de la tâche sur la machine j , avec $\omega \in \Phi_{\omega^{e'}, j}$ et $\rho^e \in \Psi_{\omega}$. La matrice P^e des temps opératoires restants

des jobs sur les machines sera déterminée en fonction de la matrice $P^{e'}$ et du vecteur ρ de productivité des machines.

La date t^e de fin de la première tâche de l'état e , et l'ensemble $F(e)$ des machines sur lesquelles les tâches se terminent à la date t^e seront également déterminés en fonction de la matrice $P^{e'}$ et du vecteur ρ de productivité des machines. L'ensemble Φ_e des dispositions pouvant être atteintes à partir de l'état e sera calculé en fonction de la disposition des opérateurs ω^e et de l'ensemble $F(e)$.

Cette fonction de transition permet de générer tous les états pouvant succéder à un état donné. Par contre, les états générés peuvent ne pas être valides dans le cas où la prochaine date de fin de réalisation d'une tâche est supérieure à la date de fin de réalisation du cycle de production déjà définie.

Nous dirons par la suite qu'un état e est *valide* si et seulement si $t^e \leq T$ (nous supposons que la durée de cycle T correspond simplement à la date T). De même nous dirons d'un état e qu'il est *non valide* si et seulement si $t^e > T$.

e. Relation de dominance

La caractéristique de ce mode, de réaffectation des opérateurs en fin de tâche, est que l'ensemble Φ_e des configuration d'atelier que nous pouvons choisir à partir d'un état e est défini en fonction de la dernière configuration d'atelier de cet état et de l'ensemble $F(e)$ des tâches se terminant les premières.

Ainsi la relation binaire de dominance que nous définissons ne pourra pas s'appliquer à tout couple d'états. En effet, nous ne pourrions dire d'un état e qu'il est dominé par un autre état e' uniquement si l'ensemble Φ_e des configuration d'atelier, pouvant être atteintes à partir de l'état e , peuvent être aussi atteintes à partir de l'état e' . Autrement dit, pour pouvoir dire que l'état e est dominé par l'état e' il faut avoir $\Phi_e \subset \Phi_{e'}$.

Nous définissons une relation binaire de dominance, sur l'ensemble des états valides E , entre deux états $e(\omega^e, \rho^e, p^e)$ et $e'(\omega^{e'}, \rho^{e'}, p^{e'})$, que nous notons $eD e'$, et que nous lisons l'état e domine l'état e' , comme suit :

$$eD e' \text{ si et seulement si : } \begin{cases} \Phi_{e'} \subset \Phi_e \\ t^e = t^{e'} \\ \forall i, j : p_{i,j}^e \leq p_{i,j}^{e'}, \text{ et } \exists i, j, p_{i,j}^e < p_{i,j}^{e'} \end{cases} \quad \text{Ou} \quad \begin{cases} \Phi_{e'} \subset \Phi_e \\ t^e < t^{e'} \\ \forall i, j : p_{i,j}^e \leq p_{i,j}^{e'} \end{cases}$$

En d'autres termes, l'état e domine l'état e' si avec l'état e nous pouvons atteindre aussi rapidement toutes les dispositions pouvant être atteintes par l'état e' , et de plus la réalisation des jobs est plus avancée avec l'état e que l'état e' .

f. État Dominant

Un état e est dit dominant sur un ensemble E d'états valides, que l'on note $D(e, E)$, si il n'est dominé par aucun des autres états de cet ensemble. En d'autres termes :

$$D(e, E), \text{ si et seulement si } \forall e' \in E, e' \bar{D} e.$$

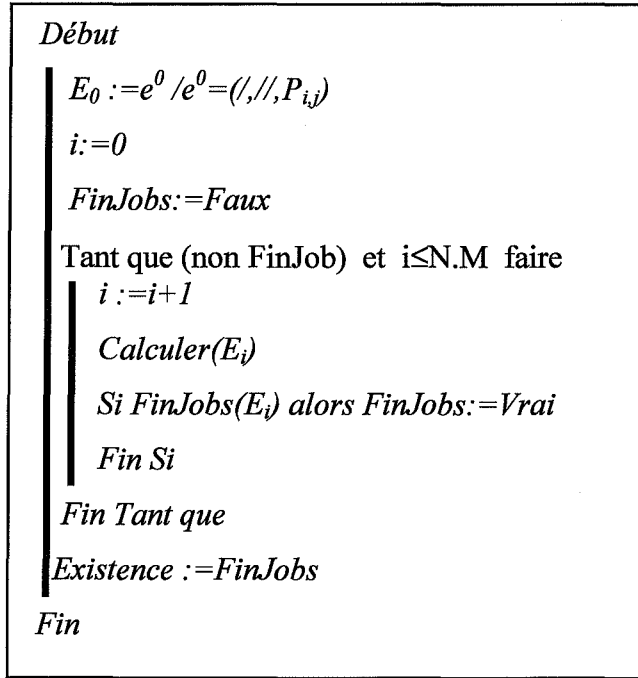
Nous synthétisons dans la section suivante le procédé de l'approche.

5.5.2. Démarche

Comme nous l'avons souligné plus haut, un état du système est composé d'au plus $M.N$ configurations d'atelier correspondant au nombre de tâches. La méthode consistera à lister les états correspondants aux choix des différents vecteurs de productivité, et de ne retenir que les états dominants. En fonction des tâches qui se terminent, on génère pour chaque état dominant et pour l'ensemble des configurations d'atelier possibles les états fils, et ne retenons que les états dominants. Nous arrêtons le processus si nous obtenons une solution admissible ou si nous avons listé l'ensemble des états composés des $M.N$ configurations d'atelier. Nous exposons ci-après le procédé de l'approche et présentons comment se fera le calcul des états dominants.

Algorithme

Si l'on note par E_i l'ensemble des états dominants à l'étape i avec $i = 0, \dots, M.N$, et par ξ_i l'ensemble des états générés à l'étape i alors la procédure s'écrit :



Calcul des états dominants

Nous présentons dans ce qui suit comment se fera la détermination des états dominants à une étape donnée.

Soit $\xi_{i+1}(k)$ l'ensemble des états pouvant être générés à partir du $k^{ème}$ état $e(\omega^e, \rho^e, P^e)$ de ξ_i , l'ensemble des états générés à l'étape i .

$$\xi_{i+1}(k) = \{e_l / l=1 \dots Card(\Psi_{\omega^e}), e_l = g(e, j, \omega, \rho) \text{ avec } j \in F(e), \omega \in \Phi_{\omega^e} \text{ et } \rho \in \Psi_{\omega^e}\}$$

Ainsi, l'ensemble des états dominants à l'étape $i + 1$ est le suivant:

$$E_{i+1} = \left\{ e / e \in E_i + \bigcup_{k=1}^{Card(\xi_i)} \xi_{i+1}(k) \text{ et } D \left(e, E_i + \bigcup_{k=1}^{Card(\xi_i)} \xi_{i+1}(k) \right) \right\}$$

A chaque étape de la procédure nous ne retenons que les états dominants du système et supprimons tous les états dominés. Notons toutefois, que la dominance est vérifiée, à chaque étape, sur l'ensemble de tous les états valides du système et non seulement sur les états générés à cette étape.

5.5.3. Filtres

Afin d'accélérer la procédure de recherche d'une affectation des opérateurs admissible, nous définissons quatre filtres permettant d'éliminer des états, a priori, dominants mais dont l'exploration s'avèrera inutile. Nous notons par la suite la productivité maximale de la machine j par α_j , $\alpha_j = \text{Max}(a_{l,j})_{l=1..L}$.

a. Filtre charge machine

Ce filtre permet d'éliminer les états dominants du système mais surchargeant l'une des machines.

Si pour l'état dominant $e(\omega^e, \rho^e, P^e)$ il existe une machine j telle que $\alpha_j \cdot (T - t^e) < \sum_{i=1}^N p_{i,j}^e$ alors l'exploration de cet état e devient inutile.

Ce filtre se base sur le fait que la charge restante sur une machine est supérieure à la capacité maximale restante de la machine.

b. Filtre «release date»

Ce filtre permet d'éliminer tous les états a priori dominants mais possédant un job ayant une date de début au plus tard inférieure à sa «release date».

Si nous notons par dd_i^e la date de début au plus tard du job i , avec l'état $e(\omega^e, \rho^e, P^e)$, alors :

$$dd_i^e \leq T - \sum_{j=1}^M \alpha_j \cdot p_{i,j}^e - \sum_{k=i+1}^N \alpha_M \cdot p_{k,M}^e.$$

Nous vérifions que si il existe un job i tel que $r_i > T - \sum_{j=1}^M \alpha_j \cdot p_{i,j}^e - \sum_{k=i+1}^N \alpha_M \cdot p_{k,M}^e$ alors l'exploration

de cet état e devient inutile.

c. Filtre «due date»

Ce filtre permet d'éliminer tous les états a priori dominants mais possédant un job ayant une date de fin au plus tôt supérieure à sa «due date».

Si nous notons par df_i^e la date de fin au plus tôt du job i , avec l'état $e(\omega^e, \rho^e, P^e)$, alors :

$$df_i^e = \sum_{x=1}^{i-1} \alpha_x \cdot p_{x,1}^e + \sum_{j=1}^M \alpha_j \cdot p_{i,j}^e$$

Nous vérifions que si il existe un job i tel que $d_i < df_i^e$ alors l'exploration de cet état e est inutile.

d. Filtre entre états

Nous introduisons dans ce qui suit un quatrième filtre qui nous permettant d'éliminer des états dominants en comparaison avec d'autres états dominants.

Soient $e(\omega^e, \rho^e, P^e)$ et $e'(\omega^{e'}, \rho^{e'}, P^{e'})$ deux états dominants du système avec :

- a. $\Phi_{e'} \subset \Phi_e$
- b. $\forall i, j: p_{i,j}^e \leq p_{i,j}^{e'}, \text{ et } \exists i, j, p_{i,j}^e < p_{i,j}^{e'}$
- c. $t^e > t^{e'}$

Soit $p_{i,j}^{e''}$ la matrice des temps opératoires restants des jobs sur les machines à la date t^e , obtenue à partir de l'état e' et en considérant que durant la période $(t^e - t^{e'})$, les machines travaillent avec leur plus grande productivité. Nous pouvons aisément vérifier que si $\forall i, j: p_{i,j}^e \leq p_{i,j}^{e''}$, et $\exists i, j, p_{i,j}^e < p_{i,j}^{e''}$ alors l'exploration de l'état dominant e' est inutile.

5.5.4. Analyse de l'approche

Tout comme pour le premier mode de changement, l'approche par programmation dynamique proposée est une approche exacte. Son exécution confirme ou infirme, avec exactitude, l'existence d'une affectation des opérateurs admissible. Cependant, la complexité de cette approche est exponentielle, et dans le pire des cas, le nombre d'instructions exécutées est minoré par NM^L avec N le nombre de travaux, M le nombre de machines et L le nombre de configurations d'atelier. Par ailleurs, plusieurs critères peuvent être considérés :

- Impact du nombre des configurations d'atelier sur le temps d'exécution de l'approche ;
- Impact du nombre des tâches sur le temps d'exécution de l'approche ;

En ce qui concerne le premier critère, le nombre de configurations d'atelier augmente le temps d'exécution. Cependant, pour ce mode de changement sur événement, c'est la nature du graphe des configurations d'atelier qui affecte principalement le temps d'exécution. Plus ce graphe est dense (le nombre de transitions entre configurations d'atelier important) plus le

temps d'exécution sera grand. De plus, la similitude entre les configurations d'atelier (en terme de productivités des machines) allonge le temps d'exécution de l'approche. Ceci est dû au fait que la similitude dans les productivités des machines affaiblira la relation de dominance de l'approche, et conduit donc à une génération et une manipulation d'un plus grand nombre d'états.

Afin d'étudier ces différents critères, nous avons testé l'approche sur un ensemble de 32 benchmarks générés aléatoirement (voir Annexe B). Le nombre de machines varie entre 3 et 5, le nombre d'opérateurs varie entre 2 et le nombre de machines diminué de 1. Le nombre de jobs est compris entre 3 et 6 et le nombre de configurations d'atelier varie entre 6 et 12, dépendamment du nombre de machines et d'opérateurs. La durée de cycle est fixée à une semaine de 48 heures (2880 minutes). Les graphiques suivants synthétisent quelques résultats relatifs à l'exécution de l'approche proposée.

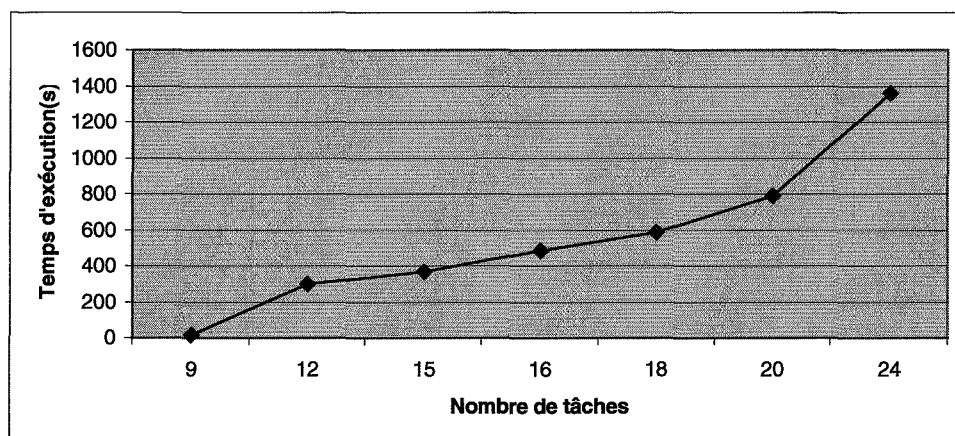


Figure. 5.2. Évolution du temps d'exécution en fonction du nombre de tâches

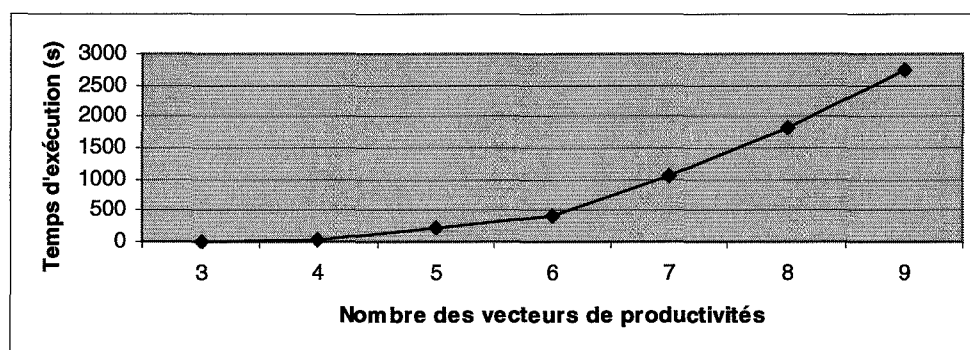


Figure. 5.3. Évolution du temps d'exécution en fonction du nombre de vecteurs de productivités

Comme le montrent les graphiques ci-dessus, le temps d'exécution de l'approche est fonction du nombre de tâches déterminant le nombre de changement de configurations d'atelier. Ceci est dû au fait que le nombre d'états à générer et à manipuler par l'approche est fonction du nombre de changements de configurations d'ateliers possibles, qui lui est fonction du nombre de tâches. De même, le temps d'exécution de l'approche est proportionnel au nombre de configurations d'atelier, et ce nombre est grand plus le temps d'exécution est grand.

Par ailleurs, la charge des opérateurs réduit le temps d'exécution de la procédure mais également réduit la probabilité d'existence d'une solution. En effet, le nombre d'états dominants générés par la procédure diminue avec l'augmentation de la charge des opérateurs, et par conséquent le temps d'exécution est réduit. Par contre, l'augmentation de la charge réduit les chances d'avoir une affectation des opérateurs admissible.

Chapitre 6 : Etude du problème d'existence pour le mode de changement libre

<u>6.1. Introduction</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>6.2. Formulation mathématique</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>6.3. Complexité du problème pour le cas de durées rationnelles</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>6.3.1. Instance particulière du problème Θ</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>6.3.2. Complexité de l'instance Θ</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>6.4. Modélisation mathématique du problème</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>6.5. Cas particulier</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<u>6.6. Condition d'existence en mode de changement libre</u>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>

6.1. Introduction

Nous étudions dans ce chapitre le problème d'existence d'une affectation des opérateurs permettant de réaliser un ordonnancement cyclique, dans le cas où les réaffectation des opérateurs se font de manière continue.

En considérant l'exemple d'atelier à trois machines et deux opérateurs, et l'ensemble des configurations données dans le tableau 6.1 , le problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable pour ce mode de changement libre consiste alors à :

- rechercher un chemin dans le graphe des configurations d'atelier schématisé par la figure, de longueur a priori indéfini ;
- déterminer la durée d'utilisation de chaque occurrence des configurations d'atelier (sommets) composant ce chemin et tel que l'ensemble des jobs soient réalisés et que les contraintes de «due date» et de «release date» soient respectées.

	Postes de charge actifs de la configuration						Machines supervisées dans la configuration		
	pc1	pc2	pc3	pc4	pc5	pc6	M1	M2	M3
c1	X	X					X	X	
c2	X		X				X		X
c3		X	X					X	X
c4	X					X	X	X	X
c5		X			X		X	X	X
c6			X	X			X	X	X

Tableau 6. 1. Ensemble des configurations d'atelier

Nous présentons dans un premier temps une formulation mathématique de ce problème d'existence, démontrons qu'un restriction de ce problème est NP-complet, proposons un modèle mathématique linéaire pour sa résolution.

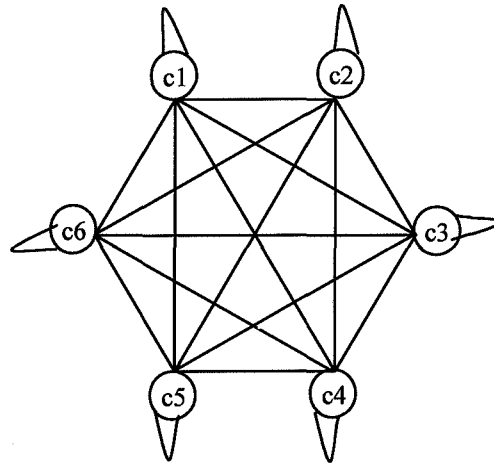


Figure 6. 1. Graphe des configurations d'atelier

6.2. Formulation mathématique

Dans ce mode de changement, le passage d'une configuration d'atelier à une autre peut se faire de manière continue. Autrement dit, le changement de configurations d'atelier peut se faire à tout moment. Nous formulons une instance du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible, pour ce mode de changement libre, comme suit :

a). Paramètres d'une instance du problème

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- K : nombre d'opérateurs ($K < M$)
- T : durée du cycle de production,
- d_i : «due date» du job i ,
- n : «release date» du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),
- $G(C,V)$: graphe des configurations d'atelier. C est l'ensemble des sommets (configurations d'atelier) et V l'ensemble des arcs (les passages permis entre configurations d'ateliers).

b). Question.

Existe-t-il un chemin dans G , où chaque configuration d'atelier est utilisée pendant une durée à définir, tel que l'ensemble des jobs soient réalisés sans dépasser la durée du cycle, et tel que les contraintes de «due date» et de «release date» soient respectées ?

Le problème consiste à déterminer une séquence de configurations d'atelier ainsi que les durées d'utilisation de chacune de ces configurations, telle que l'ensemble des jobs soient réalisés, que la somme des durées d'utilisation des configurations d'atelier soit inférieure à la durée de cycle, et que les contraintes de «due date» et de «release date» soient respectées. Nous soulignons que le nombre de configurations d'atelier pouvant composer une solution de ce problème est, a priori, indéfini et les durées de leurs utilisations sont des réels positifs.

Avant d'aborder l'étude de complexité du problème d'existence dans le cas où les changements de configurations d'atelier se font en continu, nous soulignons d'abord que si il existe une solution pour les cas où les changements de configurations d'atelier se font de façon périodique ou en fin de tâche, alors il existera une solution pour ce mode de changement libre. A l'inverse si il n'existe pas de solution pour ce cas de réaffectation en continu, alors il n'existera pas de solutions pour les deux autres modes de changement de configuration d'atelier.

Par contre, si il n'existe pas de solutions admissibles pour les modes de changement de configuration d'atelier en périodique et en fin de tâche, on ne peut rien conclure quant à l'existence d'une solution pour le mode de changement de configuration d'atelier libre, et à l'inverse, si il existe une solution admissible pour le mode de changement de configurations d'atelier libre, on ne peut rien conclure quant à l'existence de solution pour les deux autres modes de changement de configurations d'atelier.

Ceci se justifie par le fait que l'ensemble des solutions éventuelles pour le mode de changement de configurations d'atelier en continu contient l'union des ensembles de solutions éventuelles des deux mode de changement de configuration : calendaire et sur événement.

Nous démontrons dans la section suivante que le problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible, pour ce mode de changement de configuration d'atelier, dans le cas où les durées d'utilisation des configurations d'atelier sont *rationnelles positives* -et non pas *réelles positives*- est NP-complet.

Nous considérons par la suite que le graphe des configurations d'atelier, pour ce mode de changement libre, est complet.

6.3. Complexité du problème pour le cas de durées rationnelles

Nous démontrons, dans cette section, que le problème d'existence dans le cas où les changements de configurations d'atelier se font en continu, lorsque les durées d'utilisation des configurations d'atelier sont rationnelles, est NP-Complet. Ce problème se formalise comme suit :

a). Paramètres d'une instance du problème

- N jobs numérotés de 1 à N ,
- M machines successives numérotées de 1 à M ,
- L : nombre d'affectation des opérateurs,
- T : durée du cycle de production,
- p_{ij} : durée opératoire effective du job i sur la machine j ,
- r_i : «release date» du job i ,
- d_i : «due date» du job i ,
- $G(C,V)$: graphe des configurations d'atelier. C est l'ensemble des sommets (configurations d'atelier) et V l'ensemble des arcs (les passages permis entre configurations d'ateliers).

b). Question.

Existe-t-il un chemin dans G , où chaque configuration d'atelier est utilisée pendant une durée rationnelle, tel que l'ensemble des jobs soient réalisés sans dépasser la durée du cycle, et telle que les contraintes de «due date» et de «release date» soient respectées ?

Nous vérifions d'abord que ce problème appartient à la classe des problèmes NP et démontrons par la suite qu'il est NP-complet.

Nous pouvons aisément vérifier que ce problème appartient à la classe NP, en démontrant que nous pouvons vérifier toute solution en un temps polynomial.

Soit S un chemin du graphe G de longueur égale à X - le nombre de configurations d'atelier composant le chemin S - avec une durée d'utilisation rationnelle pour chacune des configurations d'atelier appartenant à S . Soit l'algorithme consistant à calculer, pour chaque arc du chemin S , l'état d'avancement de chaque job sur les machines, en fonction de la configuration d'atelier de l'arc, et en respectant les «release date» et les contraintes de précédences entre les jobs.

Nous vérifions que cet algorithme permet de vérifier si S est une solution du problème ou non en effectuant NX opérations, et déduisons que cet algorithme est polynomial. Nous concluons que le problème d'existence, d'une affectation des opérateurs admissible, pour le mode de changement de configurations d'atelier libre avec des durées d'utilisation des configurations d'atelier rationnelles, appartient à la classe des problèmes NP.

Tout comme pour les premiers modes de changement, afin de démontrer que ce problème d'existence est NP-complet il suffit de démontrer que l'une de ses instances particulières est NP-Complet. Pour cela, nous démontrons que le problème NP-complet « ordonnancement du personnel » défini dans le chapitre 4 :

- se réduit en un temps polynomial à une instance particulière du problème d'existence ;
- admet une solution si et seulement si l'instance particulière du problème d'existence lui correspondant en admet une.

Nous introduisons ci-après l'instance particulière du problème d'existence que l'on considère, et prouvons que le problème « ordonnancement du personnel » se réduit en un temps polynomial à cette instance particulière, et démontrons par la suite que ce problème possède une solution si et seulement si l'instance particulière du problème d'existence lui correspondant en possède une.

6.3.1. Instance particulière du problème Θ

Nous considérons une instance particulière avec un nombre de jobs égal au nombre de machines, chaque job s'exécutant sur une seule machine (chaque job est exécuté sur une et une seule machine, et une machine exécutant un et un seul job). Nous relaxons aussi les contraintes de «release date» et de «due date».

En se basant sur ces remarques, nous formalisons plus explicitement cette instance particulière du problème

a). Paramètres de l'instance Θ

- M : nombre de machines,
- $N=M$: nombre de jobs , avec le i^{eme} job s'exécute sur la i^{eme} machine,
- C collection de $m-tuples$ correspondant aux configurations d'atelier,
- \bar{P} : le vecteurs $m-tuples$ des temps opératoires des jobs sur les machines.
- T : durée du cycle de production,

b). Question.

Existe-t-il une séquence de configurations d'atelier ($m-tuples$), où chaque configuration d'atelier est utilisée pendant une durée rationnelle, tel que l'ensemble des jobs soient réalisés et la somme des durées d'utilisation des configurations d'atelier soit inférieure à la durée de cycle?

Les particularités de cette instance sont :

- L'ordre de choix des configurations d'atelier importe peu,
- Il n'est pas utile de choisir une configuration d'atelier plusieurs fois,
- Seulement les durées d'utilisation des configurations d'atelier retenues sont à considérer.

En se basant sur ces particularités, nous pouvons reformuler cette instance comme suit :

Question. Existe-t-il une fonction $g:C \rightarrow Q_0^+$ telle que :

- $\sum_{c \in C} g(c) \leq T$

$$\bullet \sum_{c \in C} g\left(\frac{\bar{c}}{c}\right) \bar{c} \geq \bar{P}$$

Remarque.

Sans perte de généralité du problème, nous supposons que les rationnels que l'on cherche sont de la forme a/b , avec les dénominateurs bornés par un nombre donné : $b \leq x$. Nous posons alors $\Lambda = PPMC(1, 2, \dots, x)$ - PPCM=Plus Petit Commun Multiple.

6.3.2. Complexité de l'instance Θ

Afin de démontrer la NP-complétude du problème, nous démontrons qu'il existe un problème NP-complet qui se réduit de façon polynomiale au problème Θ . Pour cela, nous nous basons sur le problème « d'ordonnancement du personnel Ξ » et démontrons qu'il se réduit en un temps polynomial au problème Θ .

Théorème 6.1. Le problème Θ est NP-complet.

Pour la démonstration du théorème 6.1, nous allons procéder en deux étapes. Dans la première étape nous démontrons que le problème Ξ se réduit en un temps polynomiale au problème Θ , et démontrons dans la seconde étape qu'il existe une solution pour le problème Ξ si et seulement il en existe une pour le problème Θ correspondant.

Étape 1 : réduction polynomiale.

Nous démontrons dans cette étape que le problème Ξ se réduit en un temps polynomiale au problème Θ . Nous vérifions alors que l'on peut transformer en un temps polynomial tout instance Ξ_π du problème Ξ en une instance Θ_π du problème Θ .

Pour cela nous construisons à partir de toute instance Ξ_π du problème Ξ une instance Θ_π du problème Θ comme suite :

a). Paramètres de l'instance Θ_π

- $M = m$: nombre de machines,
- k : nombre d'opérateurs,

- C collection de m -tuples correspondant aux affectation de k opérateurs sur les m machines (productivité d'une machine est égale à 1 si un opérateur est affecté à cette machine, 0 sinon)
- $N=M$: nombre de jobs , avec le i^{eme} job s'exécute sur la i^{eme} machine,
- $\bar{P}=\bar{R}/\Lambda$: le vecteurs m -tuples des temps opératoires des jobs sur les machines,
- $T=\eta/\Lambda$: la durée du cycle de production.

b). Question : existe-t-il une fonction $g:C \rightarrow Q_0^+$ telle que :

- $\sum_{c \in C} g\left(\begin{smallmatrix} - \\ c \end{smallmatrix}\right) \leq T$
- $\sum_{c \in C} g\left(\begin{smallmatrix} - \\ c \end{smallmatrix}\right) \bar{c} \geq \bar{P}$

Nous pouvons aisément voir que la transformation d'une instance Ξ_π du problème Ξ en une instance Θ_π du problème Θ se fait en un temps polynomial. Nous démontrons dans ce qui suit que l'existence d'une solution pour le problème Ξ_π est équivalent à l'existence d'une solution pour le problème Θ_π .

Étape 2 : Le problème Ξ_π est équivalent au problème Θ_π

Théorème 6.2. L'instance Ξ_π du problème Ξ admet une solution si et seulement si l'instance Θ_π lui correspondant du problème Θ en admet une.

Preuve. Afin de vérifier le théorème 6.2, nous démontrons (démonstration directe) que si il existe une solution pour l'instance Ξ_π alors il existerait une solution pour l'instance Θ_π , et démontrons (démonstration inverse) que si il existe une solution pour l'instance Θ_π alors il existerait une solution pour l'instance Ξ_π .

Première démonstration : démonstration directe .

Nous démontrons ici que si il existe une solution pour l'instance Ξ_π alors il existe une solution pour l'instance Θ_π .

Soit une fonction $f : C \rightarrow Z_0^+$ telle que : $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n$ et $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R}$. Nous avons les

implications suivantes :

$$\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n = T \cdot \Lambda \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) / \Lambda \leq T$$

et,

$$\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R} \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{R} = P \cdot \Lambda \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} (f(\bar{c}) / \Lambda) \cdot \bar{c} \geq \bar{P}$$

en posant : $\forall \bar{c} \in C, g(\bar{c}) = f(\bar{c}) / \Lambda$, nous déduisons que $\sum_{\bar{c} \in C} g(\bar{c}) \leq T$ et $\sum_{\bar{c} \in C} g(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{P}$.

Nous concluons alors que si l'instance Ξ_π admet une solution alors l'instance Θ_π en admet une.

CQFD.

Seconde démonstration : démonstration inverse .

Nous démontrons à présent que si il existe une solution pour l'instance Θ_π alors il existe une solution pour l'instance Ξ_π .

Soit une fonction $g : C \rightarrow Q_0^+$ telle que $\sum_{\bar{c} \in C} g(\bar{c}) \leq T$ et $\sum_{\bar{c} \in C} g(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{P}$. Nous avons les implications

suivantes :

$$\sum_{\bar{c} \in C} g(\bar{c}) \leq T \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} \Lambda \cdot g(\bar{c}) \leq \Lambda \cdot T \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} \Lambda \cdot g(\bar{c}) \leq n$$

et,

$$\sum_{\bar{c} \in C} g(\bar{c}) \cdot \bar{c} \geq \bar{P} \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} (\Lambda \cdot g(\bar{c})) \cdot \bar{c} \geq \Lambda \cdot \bar{P} \Rightarrow \sum_{\bar{c} \in C} (\Lambda \cdot g(\bar{c})) \cdot \bar{c} \geq \bar{R}$$

En posant $\forall \bar{c} \in C, f(\bar{c}) = \Lambda.g(\bar{c})$, nous déduisons que $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \leq n$ et $\sum_{\bar{c} \in C} f(\bar{c}) \bar{c} \geq \bar{R}$. Par ailleurs,

en se référant à la remarque plus haut, nous concluons que $\forall \bar{c} \in C, f(\bar{c}) \in Z_0^+$.

Nous concluons alors que si l'instance Θ_π admet une solution alors l'instance Ξ_π en admet une.

CQFD

Nous concluons alors que le problème de détermination d'une affectation des opérateurs réalisant un cycle de production, pour le cas où les changements de configuration d'atelier se font de manière continue et où leurs durées d'utilisation sont rationnelles, est NP-Complet.

Remarque.

Tout comme pour les deux premiers modes de changements de configurations d'atelier, nous pouvons vérifier que l'instance Θ est une instance particulière des problèmes d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour les cas suivants :

- Flow shop simple ou flexible, avec ou sans présence de «due date» et de «release date», et jobs déjà ordonnancés ou pas,
- Job shop simple ou flexible, avec ou sans présence de «due date» et de «release date», et jobs déjà ordonnancés ou pas,
- Machines parallèles, avec ou sans présence de «due date» et de «release date», et jobs déjà ordonnancés ou pas.

Nous déduisons alors que le problème d'existence d'une affectation admissible, pour le mode de changement de configuration d'atelier libre avec des durées d'utilisation rationnelles, est NP-Complet.

6.4. Modélisation mathématique du problème

Nous proposons dans cette section un modèle mathématique linéaire pour ce problème de détermination d'une affectation des opérateurs admissible, dans le cas où les réaffectations des opérateurs se fait en continu. Nous exposons d'abord les paramètres considérés, pour donner par la suite le modèle que nous proposons. Nous concluons cette section par l'analyse des résultats de la résolution de ce modèle mathématique.

a. Modèle mathématique linéaire

Tout comme le mode de changement de configurations d'atelier périodique, nous supposons que le graphe des configurations est complet et que chaque configuration d'atelier définit un seul vecteur de productivité. Ainsi, pour l'étude du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les dispositions des opérateurs dans l'atelier (définies par les configuration d'atelier) et seuls les vecteurs de productivités des machines sont importants. Ainsi nous tenons compte uniquement des productivités des machines telles qu'elles sont définies par les configurations d'atelier, sans autant tenir compte de la disposition des opérateurs correspondante.

Plus explicitement, les paramètres de départ que l'on considère pour ce problème sont :

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- K : nombre d'opérateurs ($K < M$)
- T : durée de cycle de production,
- d_i : «due date» du job i ,
- r_i : «release date» du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),
- $a_{i,j}$: productivité de la machine j avec la configurations d'atelier l .

La difficulté principale de la modélisation, pour ce mode de changement libre de configurations d'atelier, réside dans le nombre, a priori indéfini, de configurations d'atelier que l'on peut avoir dans une solution. De plus, la détermination de la durée d'utilisation de chacune des configurations d'atelier complexifie elle aussi cette modélisation.

Avant d'exposer le modèle mathématique que nous proposons, nous introduisons la remarque suivant, base de cette modélisation.

Remarque

Soit une tâche quelconque j se terminant après la fin d'exécution de la tâche i . On vérifie bien qu'entre ces deux tâches :

- L'ordre de choix des configuration d'atelier importe peu,

- Il n'est pas utile de choisir une même configuration d'atelier plusieurs fois,
- Seules les durées d'utilisation, éventuellement nulles, des configurations d'atelier sont à considérer.

Cette remarque a une conséquence directe sur la détermination du nombre de configurations d'atelier que l'on peut avoir dans une solution admissible. Ce nombre devient inférieur à $N.M.L$, si N , M et L sont, respectivement, le nombre de jobs, de machines et de configurations d'atelier (entre chaque deux tâches on aura au plus L configurations d'atelier).

En se basant sur cette remarque, on peut vérifier que la modélisation du problème d'existence pour le mode de changement libre est plus ou moins similaire à celle du mode de changement sur événement (fin de tâche). En effet, les seules contraintes, du mode de changement sur événement, que l'on élimine sont celles exigeant le choix d'une seule configuration d'atelier durant chaque étape, et la contrainte stipulant les transitions autorisées entre configurations d'atelier (le graphe des configurations d'atelier étant complet pour le mode de changement libre).

Ceci rend les variables binaires $v_{i,j,t,l}$ et $y_{l,t}$ inutiles, et par conséquent on élimine les contraintes du modèle linéaire du mode de changement sur événement dans lesquelles interviennent ces variables.

Avant de présenter les contraintes du modèle sur événement que l'on élimine pour ce mode de changement libre, nous nous synthétisons ci-après les paramètres de départ que l'on considère :

- N : nombre de jobs,
- M : nombre de machines,
- K : nombre d'opérateurs ($K < M$)
- T : durée du cycle de production,
- d_i : «due date» du job i ,
- r_i : «release date» du job i ,
- $p_{i,j}$: durée opératoire du job i sur la machine j (donnée pour une productivité =1 de la machine j),

- $a_{l,j}$: productivité de la machine j avec la configuration d'atelier l ,
- t : $t^{ème}$ étape correspondant au choix de la $t^{ème}$ configuration d'atelier,
- Λ : grand nombre positif.

Nous considérons les variables suivantes :

- $w_{i,j,t}=1$: si l'exécution du job i sur la machine j commence au début de la $t^{ème}$ étape, 0 sinon,
- $v_{i,j,t}=1$: si l'exécution du job i sur la machine j se termine à la fin de la $t^{ème}$ étape, 0 sinon,
- $z_{i,j,t}=1$: si le job i est exécuté sur la machine j à l'étape t , 0 sinon,
- $D_{i,j,t}$: durée consacrée durant l'étape t à la réalisation du job i sur la machine j ,
- $q_{i,j,t}$: quantité réalisée du job i sur la machine j à l'étape t ,
- $\lambda_{l,t}$: durée d'utilisation de la configuration d'atelier l à l'étape t ,
- λ_t : durée d'utilisation de la configuration d'atelier de l'étape t .

Les contraintes du modèle sur événement que l'on élimine pour ce mode de changement libre sont les suivantes :

Contraintes du modèle du mode de changement sur événement à éliminer : choix d'une seule configuration d'atelier à chaque fin de tâche	
$\forall t, l, \lambda_{l,t} \leq \Lambda \cdot y_{l,t}$	(5.3)
$\forall t, \sum_{l=1}^L y_{l,t} = 1$	(5.4)
$\forall t, k, l, y_{k,t} \leq \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L x_{l,k,j} \cdot v_{i,j,t,l}$	(5.5)
$\forall i, j, t, l, v_{i,j,t,l} \leq y_{l,t-1}$	(5.6)

$$\forall i,j,t, \quad v_{i,j,t} = \sum_{l=1}^L v_{i,j,t,l} \quad (5.7)$$

La contrainte (5.3) traduit le fait qu'à chaque étape la durée d'utilisation d'une configuration d'atelier est nulle si elle n'est pas retenue pour cette étape, alors que la contrainte (5.4) impose l'utilisation d'une seule configuration d'atelier à chaque étape. Les contraintes (5.5-5.7) imposent le respect des contraintes de passages entre configurations d'atelier en fonction des tâches qui se terminent à chaque étape.

La résolution du modèle linéaire résultant répond à la question d'existence d'une affectation des opérateurs réalisant un plan de production cyclique, pour le mode de changement libre. Cependant, le nombre de variables et de contraintes de ce modèle linéaire reste grand pour des instances de tailles plus au moins petites.

Nous présentons dans ce qui suit une étude portant sur un cas très particulier du problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable pour ce mode de changement libre. Dans ce cas, nous supposons que les productivités des machines définies par les configurations d'atelier ne sont jamais nulles, et que les contraintes de «due date» et de «release date» sont relaxées. Autrement dit, toutes les machines seront supervisées dans toute configuration d'atelier considérée. Pour ce cas particulier, nous énonçons deux propositions stipulant l'existence ou non d'une affectation des opérateurs réalisable. Nous exposons plus explicitement ce cas particulier.

6.5. Cas particulier

Dans ce cas particulier nous considérons que les configurations d'atelier dont lesquelles toutes les machines sont supervisées. Ainsi, les productivités des machines sont strictement positives. De plus, nous supposons que les contraintes de «due date» et de «release date» sont relaxées ; c.à.d. les «release date» des travaux sont égales à la date de début de cycle, et leurs «due date» sont égales à la date du fin de cycle. Plus explicitement, nous définissons ce cas particulier comme suit :

- $\forall j,l \quad a_{i,j} > 0$
- $\forall i \quad d_i = T$

- $\forall i \quad r_i = 0$

Avant d'énoncer les propositions concernant l'existence ou l'inexistence d'une affectation des opérateurs réalisable nous considérons les notations suivantes :

- $s_{i,j}$: date de début du job i sur la machine j dans l'ordonnancement initial ;
- $f_{i,j}$: date de fin du job i sur la machine j dans l'ordonnancement initial ;
- $C_{\max j}$: makespan de la machine j dans l'ordonnancement de base;
- S : une séquence de L configurations d'atelier;
- λ_l : durée d'utilisation de la l^{eme} configuration d'atelier de S ;
- $s'_{i,j}$: : date de début du job i sur la machine j dans l'ordonnancement après introduction de l'affectation des opérateurs S ;
- $f'_{i,j}$: date de fin du job i sur la machine j dans l'ordonnancement après introduction de l'affectation des opérateurs S ;
- $C'_{\max j}$: makespan de la machine j dans l'ordonnancement après introduction de l'affectation des opérateurs S ;

Nous présentons ci-après trois propositions concernant ce cas particulier où les productivités des machines ne sont jamais nulles et où les contraintes de «due date» et de «release date» sont relâchées.

Proposition 1

$$\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C_{\max j} \Leftrightarrow S \text{ est une affectation des opérateurs admissible.}$$

Démonstration 1

Nous démontrons d'abord que si l'affectation des opérateurs S vérifie que

$$\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C_{\max j} \text{ alors cette affectation des opérateurs } S \text{ est admissible.}$$

Supposons que l'affectation des opérateurs S vérifie : $\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C_{\max j}$. Pour démontrer que cette affectation des opérateurs est admissible il suffit de vérifier qu'elle réalise l'ordonnancement suivant :

- Le nombre de travaux est égal au nombre de machines ;
- Le i^{eme} job est exécuté uniquement sur la i^{eme} machine, et la durée opératoire est égale à $C_{max,j}$,

Nous notons bien que cet ordonnancement englobe et contient l'ordonnancement cyclique en incluant les temps d'attente entre les jobs. Puisque S réalise l'ordonnancement défini plus haut, S réalise l'ordonnancement cyclique de base.

Nous démontrons à présent que si l'affectation des opérateurs S est admissible alors nous avons forcément $\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C_{max,j}$. Pour cela, il suffit de voir qu'avec l'affectation des opérateur S nous avons $\forall i,j, s'_{i,j} \geq s_{i,j}$ et $\forall i,j, f_{i,j} \geq f'_{i,j}$. Nous déduisons alors que $\forall j, C'_{max,j} \geq C_{max,j}$. Mais nous avons forcément $\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C'_{max,j}$, et donc $\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C'_{max,j} \geq C_{max,j}$. Nous concluons alors que $\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C_{max,j}$.

CQFD.

Notons que dans ce cas l'ordre de choix des configurations d'atelier n'est pas important, est inutile de retenir plusieurs fois une même configuration d'atelier et seules les durées d'utilisations des configurations sont à considérer.

De plus, en se basant sur cette proposition nous déduisons que la résolution du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible pour ce cas particulier du mode de changement libre peut se faire par la résolution d'un modèle mathématique linéaire simplifié. Ce modèle s'écrit comme suit :

$$\sum_{l=1}^L \lambda_l \leq T \quad (6.1)$$

$$\forall j, \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C_{max,j} \quad (6.2)$$

Par ailleurs, en se référant à ce modèle mathématique linéaire nous énonçons les deux propositions suivantes :

Proposition 2

$\forall j, l, \quad Ta_{l,j} \geq C_{\max j} \Rightarrow$ il existe une affectation des opérateurs admissible

Démonstration 2

Il suffit de prendre $\forall l, \quad \lambda_l = T/L$

$$\forall l, \quad \lambda_l = T/L \Rightarrow \sum_{l=1}^L \lambda_l = \sum_{l=1}^L T/L = T$$

$$\forall l, \quad \lambda_l = T/L \Rightarrow \forall j, \quad \sum_{l=1}^L a_{l,j} \cdot \lambda_l = \frac{\sum_{l=1}^L a_{l,j} \cdot T}{L} \geq \frac{\sum_{l=1}^L C_{\max j}}{L} \geq C_{\max j}$$

Proposition 3

$\exists j, \quad \forall l, \quad Ta_{l,j} < C_{\max j} \Rightarrow$ il n'existe pas d'affectation des opérateurs admissible

Démonstration 3

$$\sum_{l=1}^L \lambda_l \leq T \Rightarrow \sum_{l=1}^L \frac{1}{T} \cdot \lambda_l \leq 1$$

$$\forall j, \quad \sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq C_{\max j} \Rightarrow \forall j, \quad \sum_{l=1}^L \frac{a_{l,j}}{C_{\max j}} \lambda_l \geq 1$$

$$\forall j, \quad \sum_{l=1}^L \frac{a_{l,j}}{C_{\max j}} \lambda_l \geq 1 \geq \sum_{l=1}^L \frac{1}{T} \cdot \lambda_l \Rightarrow \forall j, \quad \sum_{l=1}^L \frac{a_{l,j}}{C_{\max j}} \lambda_l \geq \sum_{l=1}^L \frac{1}{T} \cdot \lambda_l \Rightarrow \forall j, \quad \sum_{l=1}^L \left(\frac{a_{l,j}}{C_{\max j}} - \frac{1}{T} \right) \lambda_l \geq 0$$

Et nous vérifions bien que si $\exists j, \quad \forall l, \quad Ta_{l,j} < C_{\max j}$ alors $\forall j, \quad \sum_{l=1}^L \left(\frac{a_{l,j}}{C_{\max j}} - \frac{1}{T} \right) \lambda_l < 0$, et nous déduisons qu'il n'existe pas d'affectation des opérateurs admissible.

Notons que cette dernière proposition reste valide pour les deux autres modes de changement de configurations d'atelier (calendaire et sur événement). Ceci est dû au fait que l'inexistence d'une affectation des opérateurs réalisable pour le mode de changement de configurations d'atelier libre implique l'inexistence d'une affectation des opérateurs pour les deux autres modes de changement de configurations d'atelier : calendaire et sur événement. En effet, l'ensemble des solutions de ces deux modes est inclus dans l'ensemble des solutions du cas de changement libre.

Nous présentons à présent un modèle mathématique linéaire dont la résolution nous renseigne sur l'inexistence d'une solution admissible dans le cas où les changements de configurations d'atelier se fait en continu. Si la résolution de ce modèle affirme l'inexistence d'une solution admissible, alors il n'est pas nécessaire de rechercher, dans le graphe des productivités, une suite d'affectation admissible.

6.6. Condition d'existence en mode de changement libre

Avant d'exposer ce modèle dont la résolution nous renseigne sur l'inexistence d'une solution réalisable, nous considérons les notations suivantes :

- f_j : la date de fin de réalisation du dernier job sur la machine j ,
- L : nombre de configurations d'atelier;
- $a_{l,j}$: productivité de la machine j avec la $l^{ème}$ configuration d'atelier ;
- D : l'ensemble ordonné des dates de début $s_{i,j}$ des jobs sur les machines ainsi que des «due date» d_i des jobs ;
- x : est la $x^{ème}$ date de l'ensemble D ;
- $C_{x,j} = 0$ si la $x^{ème}$ date de D ne correspond pas à une date de début d'une tâche sur la machine j , sinon $C_{x,j} = \sum_{k=i}^N p_{kj}$, avec i le job vérifiant $s_{i,j} = x$,
- $C'_{x,j} = \sum_{k=1}^i p_{kj}$ avec i le job vérifiant $d_i = x$ si x correspondant à une «due date», sinon $C'_{x,j} = 0$.

Et soient les variables :

- $\lambda_{l,x,y}$: durée d'utilisation du $l^{ème}$ configuration d'atelier durant la $x^{ème}$ date et la $y^{ème}$ date ;
- λ_l : durée d'utilisation du $l^{ème}$ configuration d'atelier.

Le modèle que l'on considère est le suivant :

$$\text{Min } Y = \sum_{l=1}^L \lambda_l \quad (6.3)$$

$$\sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_l \geq f_j \quad \forall j \quad (6.4)$$

$$\lambda_{l,x,z} = \lambda_{l,x,y} + \lambda_{l,y,z} \quad \forall l, \forall x < y < z \quad (6.5)$$

$$\lambda_l = \lambda_{l,1|D|} \quad \forall l \quad (6.6)$$

$$\sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_{l,x,|D|} \geq C_{x,j} \quad \forall j, x \quad (6.7)$$

$$\sum_{l=1}^L a_{l,j} \lambda_{l,0,x} \geq C'_{x,j} \quad \forall j, x \quad (6.8)$$

$$\lambda_{l,x,y}, \lambda_l \geq 0 \quad \forall l, x, y \quad (6.9)$$

La contrainte (6.4) exprime le fait que l'introduction des affectations du personnel (les productivités baissent) ne feront que retarder la date de fin de réalisation du dernier job sur les machines. Les contraintes (6.5) et (6.6) traduisent les relations entre les durées d'utilisation des vecteurs de productivités entre intervalles de temps, et la durée totale d'utilisation des vecteurs de productivité pendant le cycle. La contrainte (6.7) exprime le fait que la capacité d'utilisation d'une machine, disponible à partir d'une date de début d'une tâche sur cette dernière, est supérieure à la charge de travail restante sur cette machine. Enfin, la contrainte (6.8) exprime le fait que la capacité disponible sur les machines avant la «due date» du job i est supérieure à la charge du travail, correspondant à la somme des temps opératoires des jobs précédent le job i , sur ces machines.

Soit Y^* la solution optimale de ce modèle linéaire. Nous pouvons aisément vérifier que si $Y^* > T$ alors il n'existera pas d'affectation du personnel permettant la réalisation de l'ordonnancement cyclique. Par contre, si $Y^* \leq T$ nous ne pouvons rien dire quant à l'existence d'une affectation de personnel réalisable.

Conclusion

Nous avons étudié dans cette partie le problème d'existence d'une affectation des opérateurs permettant la réalisation d'un cycle de production cyclique pour les trois modes de changement de configurations d'atelier : périodique, sur événement et libre. Nous avons supposé donné un ordonnancement cyclique construit sur la base des productivités nominales des machines pour un atelier de type Flow Shop. Nous supposons que le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, et que l'ensemble des configurations d'atelier, définissant les productivités des machines, ainsi que le graphe des configurations d'atelier sont connus.

Le problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisant un cycle de production cyclique consiste à rechercher, en se basant sur le graphe des configurations d'atelier, une affectation des opérateurs réalisant l'ordonnancement cyclique sans dépasser la durée de cycle et sans violer les contraintes de «due date» et de «release date».

Nous avons donné, dans cette partie, une formulation mathématique du problème pour les trois modes de changement de configurations d'atelier – calendaire, sur événement et libre –, et démontré que ce problème est NP-complet pour les deux modes de changement de configurations d'atelier calendaire et sur événement, et qu'une restriction du problème de mode de changement libre est NP-complet.

Nous avons présenté pour ces trois modes de changements de configuration d'atelier, un modèle mathématique linéaire et analysé les résultats issus de leurs résolutions. Une approche de résolution basée sur le principe de la programmation dynamique a été proposée pour les deux modes de changement calendaire et sur événement.

CONCLUSION GENERALE

Cette recherche avait pour objet la prise en compte des ressources humaines dans la réalisation d'un plan de production cyclique lorsque l'affectation des ressources humaines, en termes d'affectation des opérateurs aux machines, conditionne les productivités de ces machines.

Nous avons décomposé cette étude en trois parties. Après avoir défini notre problématique de recherche, nous avons réalisé, dans la première partie, une revue de littérature sur la production cyclique et sur les problèmes d'ordonnancement des ressources humaines.

Nous avons proposé dans la seconde partie une modélisation des ressources humaines basées sur trois notions : le poste de charge, la configuration d'atelier et l'affectation des opérateurs. Le poste de charge modélise la supervision simultanée de plusieurs machines par un opérateur, une configuration d'atelier définit l'ensemble des équipements actifs dans l'atelier, et l'affectation des opérateurs précise quel opérateur supervise quelle(s) machine(s). Ces concepts permettent la modélisation du partage d'opérateurs entre les machines dans le cas où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines.

Nous avons introduit, par la suite, la notion de graphe de configurations d'atelier et avons distingué trois modes de réaffectation des opérateurs en atelier : calendaire, sur événement et libre. Dans le premier mode, la réaffectation des opérateurs se fait de manière calendaire alors que dans le second mode, un opérateur ne peut être réaffecté que si il a terminé l'une des tâches qu'il exécute. Dans le troisième mode, la réaffectation des opérateurs peut se faire de manière continue.

Nous avons défini par la suite un problème d'ordonnancement d'atelier comme étant d'une part un problème de détermination d'une séquence de passage des travaux sur les machines et d'autre part un problème de détermination d'un chemin dans le graphe des configurations d'atelier (suite des affectations des opérateurs et leurs durées d'utilisation) optimisant un critère donné.

Nous avons consacré la seconde partie de ce mémoire à la considération des ressources humaines dans la réalisation d'un plan de production cyclique. Nous nous sommes limités à

l'étude du problème d'existence d'une affectation des opérateurs permettant la réalisation d'un plan de production cyclique sans remettre en cause sa durée de cycle.

Nous nous sommes situés dans un contexte d'atelier de type Flow Shop et avons supposé que :

- un ordonnancement cyclique est donné, défini par une durée de cycle et un séquençement des opérations de l'ensemble des ordres de fabrication, pour des productivités machines égales à 1;
- l'on dispose d'un nombre d'opérateurs inférieur au nombre de machines;
- un opérateur peut superviser plusieurs machines simultanément;
- la supervision simultanée de plusieurs machines par un opérateur peut affecter leurs productivités;
- l'ensemble de configurations d'atelier est connu ;
- le graphe des configurations d'atelier est donné.

Nous avons alors étudié pour trois modes de changement de configurations d'atelier (calendaire, sur événement et libre) le problème d'existence d'une affectation des opérateurs permettant la réalisation d'un cycle de production cyclique. Ce problème d'existence consiste à rechercher, en se basant sur le graphe des configurations d'atelier, une affectation des opérateurs réalisant l'ordonnancement cyclique sans dépasser la durée de cycle tout en respectant les due date et release date de chaque ordre.

Nous avons présenté une formulation mathématique du problème pour ces trois modes de changement de configurations d'atelier, et démontré que ce problème est NP-complet pour les deux modes de changement de configurations d'atelier calendaire et sur événement, et qu'une restriction du problème de mode de changement libre est NP-complet.

Nous avons également proposé, pour ces trois modes de changements de configuration d'atelier, un modèle mathématique linéaire. Enfin une approche de résolution basée sur le principe de la programmation dynamique a été proposée pour les deux modes de changement calendaire et sur événement. Nous avons conclu cette partie par l'étude d'un cas particulier pour lequel nous avons exposé des propositions quant à l'existence ou non d'une solution admissible. Cependant, ces travaux peuvent être complétés par une recherche d'optimisation,

c.a.d. visant à trouver une affectation des opérateurs admissible optimisant un critère donné : minimiser les changements de configurations d'atelier, par exemple

D'autres études complétant nos travaux de recherche peuvent être envisagées. Tout au long de notre étude du problème d'existence d'une affectation des opérateurs, nous avons supposé que le graphe des configurations d'atelier est fixe et invariant. Ceci traduit la considération d'une unique population d'opérateurs ou encore d'un nombre constant d'opérateurs. Nous pourrions étendre ces travaux au cas où ce graphe est dynamique et variable dans le temps traduisant le fait que le nombre d'opérateurs ou leurs qualifications varient dans le temps : arrivée d'un nouveau opérateur, départ d'un opérateur..

Une autre extension intéressante est la combinaison des modes de changements des configurations. On peut à titre d'exemple considérer le mode de changement calendaire pour une durée bien définie, et basculer par la suite sur le mode de changement sur événement. Ou encore, tolérer les changements calendaires sur certaines machines et imposer le changement sur événement sur d'autres machines. Ceci complexifie bien évidemment l'étude portant sur la prise en compte des ressources humaines en ordonnancement en général, et l'étude du problème d'existence d'une affectation des opérateurs admissible en particulier.

Une dernière extension que l'on peut considérer est la considération des affectations des opérateurs dans la définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier. En effet, tout au long de nos travaux, nous nous sommes limités au niveau configuration d'atelier. Cette étude peut être alors étendue au niveau affectation des opérateurs définissant quels opérateurs supervisent quelles machines. On doit alors inclure les notions de gestion des compétences des opérateurs sur les machines Et ceci induit un degré de difficulté supérieur dans la prise en compte des ressources humaines en ordonnancement d'atelier.

Annexe A : Générateur de jeux d'essais pour le mode de changement périodique

Afin d'évaluer les performances de l'approche par programmation dynamique que l'on propose, pour le mode de changement périodique, nous avons conçu un générateur de jeux d'essais aléatoires. Nous avons alors généré de manière aléatoire 20 problèmes de base composés de 14 travaux, 5 machines avec 3 opérateurs. Nous avons fixé la durée de cycle à 48 heures (2880 minutes). Pour chacun des problèmes de bases, nous avons considéré successivement trois ensembles de configurations d'atelier avec 10, 15 et 20 configurations, et avons considéré un cycle de production à 4, 6 et 8 périodes. Et nous avons considéré pour les tests trois classes de problèmes suivant la charge de l'atelier (0.6, 0.75, 0.8) et trois. Avant d'exposer les différents jeux d'essais que l'on a générés, nous présentons comment se fait la génération des temps opératoires.

Génération des temps opératoires :

Les temps opératoires des travaux, des problèmes de base, sont générés en deux phases. Dans la première phase, nous avons d'abord généré des temps opératoires initiaux (p'_{ij} : temps opératoire du job i sur la machine j) selon la loi Normal de moyenne égale à 100 minutes et d'écart type fixé à 20 minutes. Nous avons réajusté, dans la seconde phase, ces temps opératoires de telle sorte que l'atelier soit chargé à 100%. Les temps opératoires finaux p_{ij} seront alors calculés suivant la formule suivantes :

$$p_{ij} = p'_{ij} \left(M.D / \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p'_{ij} \right)$$

avec :

- M : nombre de machines,
- N : nombre de jobs,
- D : durées de cycle de production.

En se basant sur ces problèmes de base nous avons considéré trois classes de problèmes suivant la charge de l'atelier considérée à savoir 0.6, 0.75 et 0.8. A titre d'exemple, pour avoir un jeu d'essai avec une charge d'atelier égale à 0.75, il suffit de multiplier les temps opératoires p_{ij} par 0.75.

Nous reprenons ci-dessous les 20 problèmes de base que l'on a générés et l'ensembles des configurations d'atelier que l'on a considérées.

Problèmes de base :

Problème 1	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	166	121	240	248	184
Job 2	238	162	277	236	209
Job 3	184	209	129	246	160
Job 4	182	168	131	217	178
Job 5	199	246	242	260	207
Job 6	260	147	172	240	199
Job 7	164	242	236	154	162
Job 8	197	205	193	221	219
Job 9	219	178	115	221	217
Job 10	246	215	156	125	254
Job 11	258	267	164	246	240
Job 12	248	182	184	207	223
Job 13	195	195	172	232	217
Job 14	191	234	223	240	250
Problème 2	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	169	258	272	176	157
Job 2	194	247	264	174	147
Job 3	235	194	174	163	208
Job 4	172	200	155	278	233
Job 5	159	217	182	135	163
Job 6	210	172	241	149	251
Job 7	198	227	169	225	196
Job 8	192	258	141	147	165
Job 9	219	284	124	219	198
Job 10	204	196	204	223	210
Job 11	198	208	235	194	210
Job 12	337	180	227	198	229
Job 13	221	253	274	247	219
Job 14	180	239	196	223	149
Problème 3	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	238	214	154	234	99
Job 2	267	216	187	156	226

Job 3	212	224	197	226	199
Job 4	185	216	199	161	253
Job 5	230	314	189	200	230
Job 6	239	218	247	179	238
Job 7	241	216	249	224	130
Job 8	216	234	197	177	193
Job 9	189	173	193	165	202
Job 10	273	214	236	212	179
Job 11	236	210	187	245	148
Job 12	179	200	171	171	232
Job 13	220	156	269	218	150
Job 14	93	117	202	224	280
Problème 4	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	188	196	235	220	216
Job 2	128	188	216	231	154
Job 3	108	190	229	247	225
Job 4	249	257	251	220	180
Job 5	231	168	168	216	247
Job 6	227	241	269	204	156
Job 7	231	188	210	184	227
Job 8	263	168	194	204	192
Job 9	146	202	194	176	208
Job 10	176	257	182	293	188
Job 11	247	176	208	245	178
Job 12	190	120	237	114	184
Job 13	178	200	245	190	210
Job 14	176	263	220	245	196
Problème 5	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	215	157	259	251	235
Job 2	253	131	193	283	247
Job 3	163	237	197	189	167
Job 4	217	195	209	169	275
Job 5	209	189	233	201	147
Job 6	225	133	169	213	265
Job 7	197	119	219	239	185
Job 8	207	155	163	163	259
Job 9	277	215	119	235	193
Job 10	115	215	253	247	173
Job 11	231	213	235	201	175
Job 12	187	181	237	175	247
Job 13	181	221	187	201	213
Job 14	233	169	239	259	209
Problème 6	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	276	221	200	160	209
Job 2	152	241	205	176	221
Job 3	198	192	209	249	249

Job 4	194	203	241	229	227
Job 5	194	217	196	203	174
Job 6	211	174	223	221	257
Job 7	219	203	146	190	247
Job 8	190	146	150	247	158
Job 9	190	184	235	253	223
Job 10	239	180	237	205	221
Job 11	140	162	227	265	223
Job 12	243	231	192	213	138
Job 13	162	121	235	257	255
Job 14	164	205	211	168	170
Problème 7	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	229	272	152	216	266
Job 2	256	160	152	204	168
Job 3	212	272	210	143	133
Job 4	258	220	168	250	193
Job 5	166	166	258	183	158
Job 6	166	156	208	156	231
Job 7	160	235	258	308	256
Job 8	193	206	204	231	170
Job 9	222	175	233	237	227
Job 10	154	235	218	222	166
Job 11	212	185	279	241	177
Job 12	247	229	168	231	202
Job 13	247	214	177	172	252
Job 14	164	179	143	195	160
Problème 8	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	183	195	159	204	181
Job 2	225	212	155	270	170
Job 3	272	193	234	278	229
Job 4	274	215	200	247	238
Job 5	204	159	163	187	232
Job 6	229	195	127	166	168
Job 7	212	238	195	247	229
Job 8	161	168	155	144	200
Job 9	227	204	206	210	174
Job 10	244	163	221	189	121
Job 11	221	234	247	142	200
Job 12	232	198	176	236	225
Job 13	281	270	240	161	163
Job 14	142	225	223	198	276
Problème 9	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	196	200	232	164	258
Job 2	138	179	198	168	151
Job 3	326	170	155	239	249
Job 4	266	234	147	181	143

Job 5	177	173	138	168	266
Job 6	160	185	215	190	230
Job 7	224	190	200	243	209
Job 8	249	162	237	266	258
Job 9	245	247	205	209	228
Job 10	164	237	228	219	198
Job 11	140	207	237	147	198
Job 12	260	192	256	260	164
Job 13	166	241	143	192	219
Job 14	166	222	219	198	222
Problème 10	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	213	193	32	233	166
Job 2	162	248	199	242	260
Job 3	260	246	181	219	193
Job 4	252	299	221	128	292
Job 5	146	272	201	197	201
Job 6	164	207	187	211	215
Job 7	203	207	250	197	211
Job 8	199	164	209	187	223
Job 9	191	233	197	248	193
Job 10	280	229	172	126	158
Job 11	176	197	264	162	185
Job 12	179	235	189	201	201
Job 13	203	185	213	238	225
Job 14	258	132	229	183	195
Problème 11	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	226	189	240	288	213
Job 2	248	274	175	183	256
Job 3	299	197	246	197	244
Job 4	155	246	191	219	177
Job 5	169	173	252	191	266
Job 6	159	246	219	254	181
Job 7	181	221	222	228	167
Job 8	151	189	189	191	181
Job 9	221	207	201	238	122
Job 10	132	238	175	175	181
Job 11	161	169	201	207	175
Job 12	234	185	165	207	256
Job 13	144	213	215	183	234
Job 14	151	226	219	209	226
Problème 12	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	228	191	262	174	193
Job 2	236	193	208	182	251
Job 3	275	191	180	243	189
Job 4	122	219	217	264	221
Job 5	90	172	228	180	172

Job 6	139	144	170	182	234
Job 7	193	273	232	198	245
Job 8	189	226	176	284	152
Job 9	219	253	189	226	213
Job 10	325	249	251	234	189
Job 11	245	221	223	178	230
Job 12	167	221	260	131	191
Job 13	249	126	195	163	208
Job 14	238	174	187	172	118
Problème 13	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	133	228	214	252	155
Job 2	197	260	218	203	276
Job 3	175	238	262	161	191
Job 4	254	258	228	226	183
Job 5	222	157	212	193	207
Job 6	228	179	167	230	171
Job 7	201	280	246	234	218
Job 8	197	207	234	157	185
Job 9	139	214	203	214	169
Job 10	189	201	129	199	228
Job 11	179	199	246	226	214
Job 12	203	260	167	244	193
Job 13	157	135	155	232	171
Job 14	220	177	175	216	276
Problème 14	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	193	220	253	201	193
Job 2	189	168	220	218	170
Job 3	179	245	259	284	261
Job 4	170	259	187	210	199
Job 5	284	201	206	158	220
Job 6	208	140	220	181	216
Job 7	228	197	206	238	220
Job 8	181	138	216	175	220
Job 9	234	214	304	247	222
Job 10	181	148	175	228	173
Job 11	193	144	236	203	284
Job 12	195	170	206	168	142
Job 13	156	187	224	152	304
Job 14	175	220	201	181	168
Problème 15	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	142	130	246	254	232
Job 2	186	236	238	242	160
Job 3	270	224	246	228	204
Job 4	132	230	114	210	198
Job 5	198	280	250	226	216
Job 6	248	208	140	308	278

Job 7	212	170	246	182	186
Job 8	180	232	180	152	170
Job 9	164	194	244	202	258
Job 10	180	190	246	216	254
Job 11	206	218	190	238	170
Job 12	162	250	192	196	208
Job 13	150	202	96	208	140
Job 14	292	128	168	180	242
Problème 16	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	216	210	210	224	179
Job 2	189	166	228	220	201
Job 3	201	232	222	179	148
Job 4	109	236	131	208	199
Job 5	164	208	261	125	212
Job 6	191	133	175	164	173
Job 7	267	247	232	298	216
Job 8	195	243	253	160	222
Job 9	185	212	189	261	177
Job 10	224	175	218	251	203
Job 11	224	236	218	249	255
Job 12	269	232	117	212	140
Job 13	212	133	294	241	156
Job 14	241	140	234	214	208
Problème 17	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	174	234	195	255	236
Job 2	197	253	203	265	157
Job 3	253	226	139	261	163
Job 4	255	190	249	145	255
Job 5	180	257	130	120	172
Job 6	151	236	217	263	166
Job 7	143	188	234	180	230
Job 8	242	230	207	226	269
Job 9	190	220	197	259	132
Job 10	172	205	222	172	193
Job 11	230	238	228	184	153
Job 12	244	151	205	193	261
Job 13	161	147	240	199	242
Job 14	238	201	126	249	170
Problème 18	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	169	195	222	227	220
Job 2	227	184	220	229	225
Job 3	197	210	163	188	250
Job 4	205	191	231	312	242
Job 5	235	165	146	301	178
Job 6	208	199	199	152	231
Job 7	144	273	165	216	193

Job 8	250	205	195	195	193
Job 9	118	157	148	242	220
Job 10	176	231	218	233	218
Job 11	246	76	165	225	269
Job 12	261	225	235	216	254
Job 13	114	225	214	127	157
Job 14	193	131	218	229	273
Problème 19	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	203	213	224	189	289
Job 2	217	191	226	224	136
Job 3	217	185	217	181	328
Job 4	169	244	140	285	203
Job 5	266	207	277	152	171
Job 6	179	171	199	173	114
Job 7	244	148	228	158	266
Job 8	177	220	173	193	167
Job 9	150	209	254	230	279
Job 10	93	234	289	230	201
Job 11	203	181	193	195	128
Job 12	236	197	173	287	193
Job 13	171	217	162	244	228
Job 14	228	116	260	230	193
Problème 20	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	239	201	211	186	349
Job 2	216	235	249	127	209
Job 3	188	226	205	239	192
Job 4	294	184	167	224	154
Job 5	241	247	264	150	146
Job 6	199	281	218	216	129
Job 7	207	190	226	226	266
Job 8	148	216	266	220	167
Job 9	230	139	213	226	273
Job 10	180	201	167	224	211
Job 11	158	237	199	154	173
Job 12	154	148	175	120	148
Job 13	235	254	129	247	258
Job 14	169	230	158	243	194

Productivités des machines :

Pour l'ensemble des problèmes de base nous avons généré un ensemble de 20 productivités des machines. Nous reprenons dans le tableau suivant l'ensemble de ces 20 productivités des machines générées. Nous avons, par la suite, tester ces problèmes en considérant soit les 10

premières productivités des machines, les 15 productivités des machines ou l'ensemble des 20 productivités des machines.

	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Productivités 1	0.8	1	0.7	0.7	0.6
Productivités 2	0.7	0.6	1	0.7	0.6
Productivités 3	0.8	0.5	0.6	1	0.7
Productivités 4	0.5	0.6	0.7	0.8	1
Productivités 5	0.6	0.8	1	0.8	0.6
Productivités 6	0.6	0.5	0.7	0.7	1
Productivités 7	1	0	0	1	1
Productivités 8	1	0.6	0.7	0.7	0.5
Productivités 9	0.6	1	0.6	0.6	0.6
Productivités 10	1	1	1	0	0
Productivités 11	1	1	0.6	0.7	0.8
Productivités 12	0.7	0.6	1	1	0.7
Productivités 13	0	1	1	1	0
Productivités 14	0.6	0.6	0.5	0.5	0.7
Productivités 15	1	0.6	0.7	1	0.8
Productivités 16	0.6	1	0.7	0.6	1
Productivités 17	0	1	0	1	1
Productivités 18	1	0	1	1	0
Productivités 19	0.6	0.6	0.8	1	0.5
Productivités 20	1	0.7	0.6	0.6	0.7

Annexe B : Générateur de jeux d'essais pour le mode de changement sur événement

Tout comme pour le mode de changement périodique, nous avons conçu un générateur de jeux d'essai aléatoires pour le mode de changement sur événement. Le nombre de machines ces jeux d'essai varie entre 3 et 5, le nombre d'opérateurs varie entre 2 et le nombre de machines diminué de 1, le nombre de jobs est compris entre 3 et 6, et le nombre de configurations d'atelier varie quant à lui entre 4 et 12, dépendamment du nombre de machines et d'opérateurs. La durée de cycle est fixée à une semaine de 48 heures (2880 minutes) et les temps opératoires des jobs sont générés, pour un atelier chargé à 80% , de la même façon que pour les jeux d'essais du mode de changement périodique. Nous reprenons dans ce qui suit les 32 jeux d'essais que l'on a considéré pour le mode de changement sur événement. Ces jeux d'essai sont écrits sous la forme suivante :

Jeux Ja_Mb_Oc_Cd

[temps opératoires]

[Configurations d'atelier]

[Productivités des machines]

avec :

- Jeux Ja_Mb_Oc_Cd : a= nombre de jobs, b=nombre de machines, c=nombre d'opérateurs, d=nombre de configurations d'atelier.
- [temps opératoires] : la matrice des temps opératoires. Colonne = indice machine; ligne = indice job; cellule = temps opératoire.
- [Configurations d'atelier] : la matrice des configurations d'atelier. Colonne = indice machine; ligne =indice configuration d'atelier; cellule = numéro opérateur.
- [Productivités des machines] la matrice des productivités des machines. Colonne = indice machine; ligne =indice configuration d'atelier; cellule = productivité.

Les jeux d'essais :

Jeux J3_M3_O1_C7

1077;1040;1105;
862;815;1002;
965;1040;730;

1;0;0;
0;1;0;
0;0;1;
0;1;1;
1;0;1;
1;1;1;
1;1;1;

1;0;0;
0;1;0;
0;0;1;
0;0,8;0,7;
0,7;0;0,8;
0,5;0,7;0,6;
0,6;0,5;0,7;

Jeux J3_M3_O2_C6

1009;1040;854;
978;1143;813;
648;1101;1050;

1;2;0;
1;0;2;
0;1;2;
1;1;2;
1;2;1;
1;2;2;

1;1;0;
1;0;1;
0;1;1;
0,7;0,7;1;
0,6;1;0,8;
1;0,7;0,7;

Jeux J3_M4_O1_C12

1177;890;849;993;
665;860;552;1167;
952;1310;952;1146;

1;0;0;0;
 0;1;0;0;
 0;0;1;0;
 0;0;0;1;
 1;1;0;0;
 1;0;1;0;
 1;0;0;1;
 1;1;0;1;
 1;1;1;0;
 1;1;0;1;
 1;0;1;1;
 1;1;1;1;

1;0;0;0;
 0;1;0;0;
 0;0;1;0;
 0;0;0;1;
 0,7;0,6;0;0;
 0,8;0; 0,7;0;
 0,6;0;0; 0,8;
 0,5; 0,6;0;0,7;
 0,8; 0,7; 0,6;0;
 0,6; 0,8;0; 0,7;
 0,5;0; 0,8; 0,7;
 0,5; 0,6; 0,5; 0,6;

Jeux J3_M4_O2_C9

915;710;962;934;
 859;1027;1205;822;
 1121;1009;999;952;

1; 0; 0; 2
 1; 0; 2; 0
 1; 0; 2; 1
 1; 2; 1; 0
 1; 2; 1; 1
 1; 2; 1; 1
 1; 2; 1; 2
 1; 1; 2; 2
 1; 2; 2; 2

1; 0; 0; 1
 1; 0; 1; 0
 0,8; 0; 1; 0,8
 0,7; 1; 0,8; 0
 0,7; 1; 0,7; 0,8
 0,7; 1; 0,7; 0,7

0,8; 0,5; 0,7; 0,6
0,7; 0,8; 0,5; 0,7
0,8; 0,7; 0,6; 0,7

Jeux J3_M4_O3_C6

908;998;1128;1088;
888;1018;1008;1048;
628;968;898;938;

1;2;3;0;
1;0;2;3;
1;2;3;1;
1;2;3;3;
1;2;3;2;
1;3;1;2;

1;1;1;0;
1;0;1;1;
0,7; 1; 1;0,8;
1; 1; 0,6;0,7;
1; 0,8; 1;0,6;
0,8; 1; 0,6;1;

Jeux J3_M5_O2_C12

956;1041;994;1210;1088;
881;778;863;834;844;
947;891;928;919;1219;

1; 2; 0; 0; 0
1; 0; 2; 0; 0
1; 0; 0; 2; 0
1; 0; 0; 0; 2
1; 1; 2; 2; 0
1; 2; 1; 2; 0
1; 1; 2; 0; 1
0; 1; 2; 2; 1
1; 1; 2; 2; 0
0; 1; 2; 2; 0
2; 1; 2; 1; 2
0; 2; 2; 2; 1

1; 1; 0; 0; 0
1; 0; 1; 0; 0
1; 0; 0; 1; 0
1; 0; 0; 0; 1
0,5; 0,8; 0,6; 0,7; 0

0,8; 0,6; 0,6; 0,7; 0
0,6; 0,8; 0,6; 0; 0,7
0; 0,6; 0,8; 0,6; 0,5
0,5; 0,8; 0,6; 0,8; 0
0; 0,8; 0,8; 0,7; 0
0,6; 0,5; 0,6; 0,6; 0,8
0; 0,8; 0,6; 0,8; 0,7

Jeux J3_M5_O3_C9

963;915;1021;866;953;
992;837;943;1001;1011;
886;1175;1021;780;1030;

1; 2; 3; 0; 0
1; 0; 2; 0; 3
1; 3; 0; 2; 0
1; 3; 0; 0; 2
0; 2; 1; 0; 3
1; 1; 3; 2; 2
1; 2; 2; 3; 1
0; 1; 2; 3; 3
1; 3; 2; 0; 3

1; 1; 1; 0; 0;
1; 0; 1; 0; 1;
1; 1; 0; 1; 0;
1; 1; 0; 0; 1;
0; 1; 1; 0; 1;
0,8; 0,7; 1; 0,8; 0,5;
0,6; 0,8; 0,8; 1; 0,8;
0; 1; 1; 0,6; 0,7;
1; 0,7; 1; 0; 0,8;

Jeux J3_M5_O4_C6

895;1081;1042;914;737;
855;1081;1190;1013;1150;
904;924;757;845;1003;

1; 2; 3; 4; 0
1; 0; 2; 3; 4
1; 1; 2; 3; 4
0; 1; 2; 3; 4
1; 2; 2; 3; 4
1; 2; 3; 3; 4

1; 1; 1; 1; 0

1; 0; 1; 1; 1
0,8; 0,6; 1; 1; 1
0; 1; 1; 1; 1
1; 0,5; 0,8; 1; 1
1; 1; 0,6; 0,5; 1

Jeux J3_M6_O2_C12

941;1271;873;1038;766;970;
824;776;824;1135;1106;873;
999;834;1009;892;1193;950;

1; 2; 0; 0; 0; 0
1; 0; 2; 0; 0; 0
1; 0; 0; 2; 0; 0
0; 1; 0; 0; 0; 2
0; 0; 1; 2; 0; 0
1; 2; 1; 0; 2; 0
0; 1; 1; 1; 2; 2
0; 1; 2; 0; 1; 2
1; 1; 1; 2; 2; 2
1; 2; 2; 1; 2; 1
2; 1; 2; 1; 2; 1
1; 2; 2; 2; 1; 1

1; 1; 0; 0; 0; 0
1; 0; 1; 0; 0; 0
1; 0; 0; 1; 0; 0
0; 1; 0; 0; 0; 1
0; 0; 1; 1; 0; 0
0,5; 0,7; 0,8; 0; 0,8; 0
0; 0,5; 0,5; 0,5; 0,6; 0,8
0; 0,8; 0,5; 0; 0,7; 0,8
0,6; 0,8; 0,6; 0,6; 0,8; 0,5
0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5
0,6; 0,7; 0,5; 0,5; 0,8; 0,8
0,5; 0,7; 0,8; 0,6; 0,7; 0,5
0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5

Jeux J3_M6_O3_C12

864;959;1045;988;1064;959;
1197;769;959;893;921;1026;
921;969;988;1121;817;807;

1; 2; 3; 0; 0; 0
1; 0; 2; 0; 3; 0
1; 2; 0; 3; 0; 0

0; 1; 0; 2; 0; 3
 0; 0; 1; 2; 3; 0
 1; 0; 2; 0; 0; 3
 1; 2; 3; 1; 2; 3
 1; 1; 2; 3; 3; 2
 1; 1; 1; 2; 2; 3
 1; 1; 1; 1; 2; 3
 1; 2; 2; 2; 2; 3
 1; 2; 3; 2; 3; 3

1; 1; 1; 0; 0; 0
 1; 0; 1; 0; 1; 0
 1; 1; 0; 1; 0; 0
 0; 1; 0; 1; 0; 1
 0; 0; 1; 1; 1; 0
 1; 0; 1; 0; 0; 1
 0,7; 0,7; 0,7; 0,8; 0,7; 0,6
 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,8; 0,7
 0,8; 0,8; 0,8; 0,7; 0,7; 1
 0,6; 0,7; 0,7; 0,8; 1; 1
 1; 0,7; 0,8; 0,6; 0,7; 1
 1; 0,8; 0,8; 0,7; 0,6; 0,7

Jeux J3_M6_O4_C9

925;1120;993;1061;1042;866;
 915;818;915;594;798;964;
 1305;1120;876;896;1081;983;

1; 2; 3; 4; 0; 0
 1; 0; 2; 0; 3; 4
 1; 2; 0; 3; 4; 0
 0; 1; 2; 3; 0; 4
 0; 0; 1; 2; 3; 4
 1; 0; 2; 3; 4; 0
 1; 2; 3; 1; 3; 4
 1; 1; 2; 2; 3; 4
 1; 1; 1; 2; 3; 4

1; 1; 1; 1; 0; 0
 1; 0; 1; 0; 1; 1
 1; 1; 0; 1; 1; 0
 0; 1; 1; 1; 0; 1
 0; 0; 1; 1; 1; 1
 1; 0; 1; 1; 1; 0
 0,7; 1; 0,8; 0,8; 0,7; 1
 0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 1; 1
 0,6; 0,7; 0,6; 1; 1; 1

Jeux J3_M6_O5_C6

847;911;1059;1027;932;1059;
625;985;921;1059;858;858;
942;932;1091;985;1080;1101;

1; 2; 3; 4; 5; 0
1; 0; 2; 3; 4; 5
1; 2; 0; 3; 4; 5
0; 1; 2; 3; 4; 5
1; 2; 3; 4; 5; 1
1; 2; 3; 3; 4; 5

1; 1; 1; 1; 1; 0
1; 0; 1; 1; 1; 1
1; 1; 0; 1; 1; 1
0; 1; 1; 1; 1; 1
0,7; 1; 1; 1; 1; 0,7
1; 1; 0,8; 0,6; 1; 1

Jeux J4_M3_O2_C6

839;632;789;
746;725;504;
760;753;639;
639;725;881;

1;2;0;
1;0;2;
0;1;2;
1;1;2;
1;2;1;
1;2;2;

1;1;0;
1;0;1;
0;1;1;
0,7;0,7;1;
0,6;1;0,8;
1;0,7;0,7;

Jeux J4_M4_O2_C9

645;707;700;713;
1050;727;652;734;
611;542;590;865;
755;961;528;734;

1; 0; 0; 2

1; 0; 2; 0
1; 0; 2; 1
1; 2; 1; 0
1; 2; 1; 1
1; 2; 1; 1
1; 2; 1; 2
1; 1; 2; 2
1; 2; 2; 2

1; 0; 0; 1
1; 0; 1; 0
0,8; 0; 1; 0,8
0,7; 1; 0,8; 0
0,7; 1; 0,7; 0,8
0,7; 1; 0,7; 0,7
0,8; 0,5; 0,7; 0,6
0,7; 0,8; 0,5; 0,7
0,8; 0,7; 0,6; 0,7

Jeux J4_M4_O3_C6

887;770;605;632;
612;687;804;570;
942;543;680;612;
839;770;715;845;

1;2;3;0;
1;0;2;3;
1;2;3;1;
1;2;3;3;
1;2;3;2;
1;3;1;2;

1;1;1;0;
1;0;1;1;
0,7; 1; 1;0,8;
1; 1; 0,6;0,7;
1; 0,8; 1;0,6;
0,8; 1; 0,6;1;

Jeux J4_M5_O2_C12

721;898;785;580;750;
672;608;898;651;735;
594;636;926;615;750;
643;629;842;856;601;

1; 2; 0; 0; 0

1; 0; 2; 0; 0
 1; 0; 0; 2; 0
 1; 0; 0; 0; 2
 1; 1; 2; 2; 0
 1; 2; 1; 2; 0
 1; 1; 2; 0; 1
 0; 1; 2; 2; 1
 1; 1; 2; 2; 0
 0; 1; 2; 2; 0
 2; 1; 2; 1; 2
 0; 2; 2; 2; 1

1; 1; 0; 0; 0
 1; 0; 1; 0; 0
 1; 0; 0; 1; 0
 1; 0; 0; 0; 1
 0,5; 0,8; 0,6; 0,7; 0
 0,8; 0,6; 0,6; 0,7; 0
 0,6; 0,8; 0,6; 0; 0,7
 0; 0,6; 0,8; 0,6; 0,5
 0,5; 0,8; 0,6; 0,8; 0
 0; 0,8; 0,8; 0,7; 0
 0,6; 0,5; 0,6; 0,6; 0,8
 0; 0,8; 0,6; 0,8; 0,7

Jeux J4_M5_O3_C9

777;648;698;812;655;
 834;556;755;705;712;
 812;684;784;819;670;
 655;741;691;698;684;

1; 2; 3; 0; 0
 1; 0; 2; 0; 3
 1; 3; 0; 2; 0
 1; 3; 0; 0; 2
 0; 2; 1; 0; 3
 1; 1; 3; 2; 2
 1; 2; 2; 3; 1
 0; 1; 2; 3; 3
 1; 3; 2; 0; 3

1; 1; 1; 0; 0;
 1; 0; 1; 0; 1;
 1; 1; 0; 1; 0;
 1; 1; 0; 0; 1;
 0; 1; 1; 0; 1;
 0,8; 0,7; 1; 0,8; 0,5;

0,6; 0,8; 0,8; 1; 0,8;
0; 1; 1; 0,6; 0,7;
1; 0,7; 1; 0; 0,8;

Jeux J4_M5_O4_C6

720;720;635;501;713;
826;812;529;996;897;
664;628;770;438;862;
678;777;741;770;713;

1; 2; 3; 4; 0
1; 0; 2; 3; 4
1; 1; 2; 3; 4
0; 1; 2; 3; 4
1; 2; 2; 3; 4
1; 2; 3; 3; 4

1; 1; 1; 1; 0
1; 0; 1; 1; 1
0,8; 0,6; 1; 1; 1
0; 1; 1; 1; 1
1; 0,5; 0,8; 1; 1
1; 1; 0,6; 0,5; 1

Jeux J4_M6_O2_C12

813;692;646;730;646;889;
813;737;752;730;707;798;
509;631;562;775;631;638;
707;882;821;676;912;570;

1; 2; 0; 0; 0; 0
1; 0; 2; 0; 0; 0
1; 0; 0; 2; 0; 0
0; 1; 0; 0; 0; 2
0; 0; 1; 2; 0; 0
1; 2; 1; 0; 2; 0
0; 1; 1; 1; 2; 2
0; 1; 2; 0; 1; 2
1; 1; 1; 2; 2; 2
1; 2; 2; 1; 2; 1
2; 1; 2; 1; 2; 1
1; 2; 2; 2; 1; 1

1; 1; 0; 0; 0; 0
1; 0; 1; 0; 0; 0
1; 0; 0; 1; 0; 0

0; 1; 0; 0; 0; 1
 0; 0; 1; 1; 0; 0
 0,5; 0,7; 0,8; 0; 0,8; 0
 0; 0,5; 0,5; 0,5; 0,6; 0,8
 0; 0,8; 0,5; 0; 0,7; 0,8
 0,6; 0,8; 0,6; 0,6; 0,8; 0,5
 0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5
 0,6; 0,7; 0,5; 0,5; 0,8; 0,8
 0,5; 0,7; 0,8; 0,6; 0,7; 0,5
 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5

Jeux J4_M6_O3_C12

712;823;632;720;595;705;
 948;639;757;676;948;823;
 786;617;837;720;499;764;
 580;712;712;698;705;661;

1; 2; 3; 0; 0; 0
 1; 0; 2; 0; 3; 0
 1; 2; 0; 3; 0; 0
 0; 1; 0; 2; 0; 3
 0; 0; 1; 2; 3; 0
 1; 0; 2; 0; 0; 3
 1; 2; 3; 1; 2; 3
 1; 1; 2; 3; 3; 2
 1; 1; 1; 2; 2; 3
 1; 1; 1; 1; 2; 3
 1; 2; 2; 2; 2; 3
 1; 2; 3; 2; 3; 3

1; 1; 1; 0; 0; 0
 1; 0; 1; 0; 1; 0
 1; 1; 0; 1; 0; 0
 0; 1; 0; 1; 0; 1
 0; 0; 1; 1; 1; 0
 1; 0; 1; 0; 0; 1
 0,7; 0,7; 0,7; 0,8; 0,7; 0,6
 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,8; 0,7
 0,8; 0,8; 0,8; 0,7; 0,7; 1
 0,6; 0,7; 0,7; 0,8; 1; 1
 1; 0,7; 0,8; 0,6; 0,7; 1
 1; 0,8; 0,8; 0,7; 0,6; 0,7

Jeux J4_M6_O4_C9

736;677;692;854;817;810;
 795;692;899;604;773;766;

552;545;729;825;663;692;
633;751;714;714;685;648;

1; 2; 3; 4; 0; 0
1; 0; 2; 0; 3; 4
1; 2; 0; 3; 4; 0
0; 1; 2; 3; 0; 4
0; 0; 1; 2; 3; 4
1; 0; 2; 3; 4; 0
1; 2; 3; 1; 3; 4
1; 1; 2; 2; 3; 4
1; 1; 1; 2; 3; 4

1; 1; 1; 1; 0; 0
1; 0; 1; 0; 1; 1
1; 1; 0; 1; 1; 0
0; 1; 1; 1; 0; 1
0; 0; 1; 1; 1; 1
1; 0; 1; 1; 1; 0
0,7; 1; 0,8; 0,8; 0,7; 1
0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 1; 1
0,6; 0,7; 0,6; 1; 1; 1

Jeux J4_M6_O5_C6

577;844;732;682;556;682;
879;830;879;598;619;675;
703;788;703;746;844;837;
788;809;760;520;549;668;

1; 2; 3; 4; 5; 0
1; 0; 2; 3; 4; 5
1; 2; 0; 3; 4; 5
0; 1; 2; 3; 4; 5
1; 2; 3; 4; 5; 1
1; 2; 3; 3; 4; 5

1; 1; 1; 1; 1; 0
1; 0; 1; 1; 1; 1
1; 1; 0; 1; 1; 1
0; 1; 1; 1; 1; 1
0,7; 1; 1; 1; 1; 0,7
1; 1; 0,8; 0,6; 1; 1

Jeux J5_M3_O2_C6

564;669;583;
651;645;589;

496;676;353;
446;669;595;
700;297;700;

1;2;0;
1;0;2;
0;1;2;
1;1;2;
1;2;1;
1;2;2;

1;1;0;
1;0;1;
0;1;1;
0,7;0,7;1;
0,6;1;0,8;
1;0,7;0,7;

Jeux J5_M4_O2_C9

392;638;643;655;
520;444;602;608;
597;456;573;667;
526;714;602;526;
427;673;567;679;

1; 0; 0; 2
1; 0; 2; 0
1; 0; 2; 1
1; 2; 1; 0
1; 2; 1; 1
1; 2; 1; 1
1; 2; 1; 2
1; 1; 2; 2
1; 2; 2; 2

1; 0; 0; 1
1; 0; 1; 0
0,8; 0; 1; 0,8
0,7; 1; 0,8; 0
0,7; 1; 0,7; 0,8
0,7; 1; 0,7; 0,7
0,8; 0,5; 0,7; 0,6
0,7; 0,8; 0,5; 0,7
0,8; 0,7; 0,6; 0,7

Jeux J5_M4_O3_C6

394;727;450;641;
474;579;407;629;
740;684;567;684;
567;511;524;666;
592;604;524;548;

1;2;3;0;
1;0;2;3;
1;2;3;1;
1;2;3;3;
1;2;3;2;
1;3;1;2;

1;1;1;0;
1;0;1;1;
0,7; 1; 1;0,8;
1; 1; 0,6;0,7;
1; 0,8; 1;0,6;
0,8; 1; 0,6;1;

Jeux J5_M5_O2_C12

574;574;586;688;489;
608;563;392;512;591;
694;648;591;654;688;
483;466;500;563;728;
688;642;472;523;472;

1; 2; 0; 0; 0
1; 0; 2; 0; 0
1; 0; 0; 2; 0
1; 0; 0; 0; 2
1; 1; 2; 2; 0
1; 2; 1; 2; 0
1; 1; 2; 0; 1
0; 1; 2; 2; 1
1; 1; 2; 2; 0
0; 1; 2; 2; 0
2; 1; 2; 1; 2
0; 2; 2; 2; 1

1; 1; 0; 0; 0
1; 0; 1; 0; 0
1; 0; 0; 1; 0
1; 0; 0; 0; 1
0,5; 0,8; 0,6; 0,7; 0
0,8; 0,6; 0,6; 0,7; 0

0,6; 0,8; 0,6; 0; 0,7
0; 0,6; 0,8; 0,6; 0,5
0,5; 0,8; 0,6; 0,8; 0
0; 0,8; 0,8; 0,7; 0
0,6; 0,5; 0,6; 0,6; 0,8
0; 0,8; 0,6; 0,8; 0,7

Jeux J5_M5_O3_C9

521;544;771;544;629;
606;493;567;601;465;
550;589;589;759;521;
572;521;493;555;629;
646;567;618;436;601;

1; 2; 3; 0; 0
1; 0; 2; 0; 3
1; 3; 0; 2; 0
1; 3; 0; 0; 2
0; 2; 1; 0; 3
1; 1; 3; 2; 2
1; 2; 2; 3; 1
0; 1; 2; 3; 3
1; 3; 2; 0; 3

1; 1; 1; 0; 0;
1; 0; 1; 0; 1;
1; 1; 0; 1; 0;
1; 1; 0; 0; 1;
0; 1; 1; 0; 1;
0,8; 0,7; 1; 0,8; 0,5;
0,6; 0,8; 0,8; 1; 0,8;
0; 1; 1; 0,6; 0,7;
1; 0,7; 1; 0; 0,8;

Jeux J5_M5_O4_C6

413;573;542;486;554;
573;597;493;653;511;
745;671;536;591;690;
511;542;579;431;579;
486;745;548;505;832;

1; 2; 3; 4; 0
1; 0; 2; 3; 4
1; 1; 2; 3; 4
0; 1; 2; 3; 4
1; 2; 2; 3; 4

1; 2; 3; 3; 4

1; 1; 1; 1; 0
1; 0; 1; 1; 1
0,8; 0,6; 1; 1; 1
0; 1; 1; 1; 1
1; 0,5; 0,8; 1; 1
1; 1; 0,6; 0,5; 1

Jeux J5_M6_O2_C12

590;561;630;435;544;578;
538;659;664;487;469;510;
492;521;406;687;636;573;
567;613;733;596;590;561;
745;584;561;584;699;452;

1; 2; 0; 0; 0; 0
1; 0; 2; 0; 0; 0
1; 0; 0; 2; 0; 0
0; 1; 0; 0; 0; 2
0; 0; 1; 2; 0; 0
1; 2; 1; 0; 2; 0
0; 1; 1; 1; 2; 2
0; 1; 2; 0; 1; 2
1; 1; 1; 2; 2; 2
1; 2; 2; 1; 2; 1
2; 1; 2; 1; 2; 1
1; 2; 2; 2; 1; 1

1; 1; 0; 0; 0; 0
1; 0; 1; 0; 0; 0
1; 0; 0; 1; 0; 0
0; 1; 0; 0; 0; 1
0; 0; 1; 1; 0; 0
0,5; 0,7; 0,8; 0; 0,8; 0
0; 0,5; 0,5; 0,5; 0,6; 0,8
0; 0,8; 0,5; 0; 0,7; 0,8
0,6; 0,8; 0,6; 0,6; 0,8; 0,5
0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5
0,6; 0,7; 0,5; 0,5; 0,8; 0,8
0,5; 0,7; 0,8; 0,6; 0,7; 0,5
0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5

Jeux J5_M6_O3_C12

740;481;646;546;705;687;
658;434;487;699;540;540;

534;511;493;652;458;587;
534;393;734;646;476;528;
652;587;640;505;623;546;

1; 2; 3; 0; 0; 0
1; 0; 2; 0; 3; 0
1; 2; 0; 3; 0; 0
0; 1; 0; 2; 0; 3
0; 0; 1; 2; 3; 0
1; 0; 2; 0; 0; 3
1; 2; 3; 1; 2; 3
1; 1; 2; 3; 3; 2
1; 1; 1; 2; 2; 3
1; 1; 1; 1; 2; 3
1; 2; 2; 2; 2; 3
1; 2; 3; 2; 3; 3

1; 1; 1; 0; 0; 0
1; 0; 1; 0; 1; 0
1; 1; 0; 1; 0; 0
0; 1; 0; 1; 0; 1
0; 0; 1; 1; 1; 0
1; 0; 1; 0; 0; 1
0,7; 0,7; 0,7; 0,8; 0,7; 0,6
0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,8; 0,7
0,8; 0,8; 0,8; 0,7; 0,7; 1
0,6; 0,7; 0,7; 0,8; 1; 1
1; 0,7; 0,8; 0,6; 0,7; 1
1; 0,8; 0,8; 0,7; 0,6; 0,7

Jeux J5_M6_O4_C9

764;711;647;560;385;566;
531;636;641;455;478;542;
426;583;612;542;478;525;
641;507;589;548;618;601;
630;711;402;566;641;729;

1; 2; 3; 4; 0; 0
1; 0; 2; 0; 3; 4
1; 2; 0; 3; 4; 0
0; 1; 2; 3; 0; 4
0; 0; 1; 2; 3; 4
1; 0; 2; 3; 4; 0
1; 2; 3; 1; 3; 4
1; 1; 2; 2; 3; 4
1; 1; 1; 2; 3; 4

1; 1; 1; 1; 0; 0
1; 0; 1; 0; 1; 1
1; 1; 0; 1; 1; 0
0; 1; 1; 1; 0; 1
0; 0; 1; 1; 1; 1
1; 0; 1; 1; 1; 0
0,7; 1; 0,8; 0,8; 0,7; 1
0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 1; 1
0,6; 0,7; 0,6; 1; 1; 1

Jeux J5_M6_O5_C6

525;607;498;465;607;520;
564;684;558;629;525;520;
564;679;717;531;492;509;
547;607;618;733;646;509;
602;618;558;416;487;728;

1; 2; 3; 4; 5; 0
1; 0; 2; 3; 4; 5
1; 2; 0; 3; 4; 5
0; 1; 2; 3; 4; 5
1; 2; 3; 4; 5; 1
1; 2; 3; 3; 4; 5

1; 1; 1; 1; 1; 0
1; 0; 1; 1; 1; 1
1; 1; 0; 1; 1; 1
0; 1; 1; 1; 1; 1
0,7; 1; 1; 1; 1; 0,7
1; 1; 0,8; 0,6; 1; 1

BIBLIOGRAPHIE

(Aldakhilallah et *al.*, 2001) K.A Aldakhilallah, et R Ramesh. Cyclic scheduling heuristics for a re-entrant job shop manufacturing environment. *International Journal of Production Research*. Vol. 39, Issue.12, pages 2635-2657, 2001.

(Anders, 1996) S Anders. A capacity-constrained multi-level inventory and production control problem. *International Journal of Production Economics*. Vol. 45, Issues. 1-3, pages 449-461, 1996.

(Aykin et *al.*, 2000) T. Aykin. « A comparative evaluation of modeling approaches to the labor shift scheduling problem », *European Journal of Operational Research* 125 (2000) 381-397.

(Bahroun, 1996) Z Bahroun. Conception et développement d'une nouvelle approche de planification à capacité finie pour un Flow Shop généralisé. Thèse d'état, *faculté des sciences de Tunis*, 1996.

(Bahroun, 2000) Z Bahroun. Contribution à la planification et à la gestion dynamique des systèmes de production cyclique, Thèse, *faculté des sciences de Tunis*, Octobre 2000.

(Bahroun et *al.*, 1998) Z Bahroun, P Baptiste, et J .P Campagne. A Production management model operating under a cyclic delivery schedule. *Dans 1998 Computational Engineering in Systems Applications conference*, pages 569-574, London, Avril 1998.

(Bahroun et *al.*, 1999) Z Bahroun, P Baptiste, J. P Campagne, et M Moalla. Production planning and scheduling in the context of cyclic delivery schedules. *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 37, Issues. 1-2, Pages 3-7, 1999.

(Bahroun et *al.*, 2000) Z Bahroun, J .P Campagne, et M. Moalla. Une nouvelle approche de planification à capacité finie pour les ateliers Flow Shop. *Journal européen des systèmes automatisés (JESA)*, vol. 34(5), pages 567-598, Juillet 2000.

(Bard et *al.*, 2004) J. F. Bard, H. W. Purnomo. « Preference scheduling for nurses using column generation », *European Journal of Operational Research* (2004).

(Billionnet , 1999) A. Billionnet. Integer programming to schedule a hierarchical workforce. *European Journal of Operational Research*, vol 114, pp 105-114, 1999.

(Blazewicz et al., 1994) Blazewicz., Ecker, K., Schmidt, G., et Weglarz, J. Scheduling in computer and manufacturing systems. Springer Verlag, Berlin. 1994.

(Boctor et al., 1988) F.F Boctor. A more efficient formulation of the single machine, static demand, lot scheduling problem. *Engineering Costs and Production Economics*. Vol. 14, pages 3-10, 1988.

(Buzacott et al., 2002) J. A. Buzacott, «The impact of worker differences on production system output». *International Journal of Production Economics*, Vol 78, Issue 1, 1 July 2002, Pages 37-44.

(Campagne et al., 1998) J.P Campagne, et S Hacid. Approvisionnement cycliques synchronisés: mise en œuvre sur une chaîne d'approvisionnement à capacité finie. *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*. Vol. 32, issues. 5-6, pages 667-692, 1998.

(Campagne et al., 1999) J.P Campagne, et S Hacid. Synchronization at finite loading capacity of cyclic production system along a supply chain. *ICIL'99, International Conference on Industrial Logistics, Petersburg*. Pages 238-250, 1999.

(Campagne et al., 2000) J.P Campagne. Modélisation évaluation et pilotage de systèmes de production cyclique. *Programme Thématique de recherche Région Rhône Alpe. Rapport final, (88 pages)*, 2000.

(Campagne et al., 2001a) J.P Campagne, F Grimaud, et S Hacid. Production cyclique : Application et évaluation chez un équipementier automobile. *Actes de la troisième conférence francophone de Modélisation et Simulation "Conception, Analyse et Gestion des Systèmes Industriels" (MOSIM'01)*. Avril 2001(a).

(Campagne et al., 2001b) J.P Campagne, F Grimaud, et M. Mabed. Pilotage des Systèmes de Production Cyclique: proposition d'une instrumentation de gestion. *4ème congrès international de génie industriel in : Proceedings of GI'01*. pages 1083-1094, juin 2001(b).

(Campbell et al., 1991) G.M Campbell, et V.A Mabert. Cyclical schedules for capacited lot sizing with dynamic demands. *Management science*. Vol. 37, Issue. 4, Pages 409-427, 1991.

(Campbell, 1996) G.M Campbell. Cyclic assembly schedules for dynamic demands. *IIE*. Vol. 28, pages 643-651, 1996.

(Carlier et al., 1988) J Carlier, et P.h Chrétienne. Problèmes d'ordonnancement : modélisation/ complexité/algorithmes. Masson, paris, 1988.

(Castro et al., 2003) P Castro, A Barbosa-Povoa, et H Matos. Optimal periodic scheduling of batch plants using RTN-based discrete and continuous-time formulations: A case study approach. *Industrial and Engineering Chemical Research*. Vol. 42, pages 3346–3360, 2003.

(Chaabouni et al., 2003) H. Chaabouni, M. Moalla, P. Baptiste, « Gestion optimale des ressources humaines dans les entreprises travaillant sous commandes-contrats ». *Actes de la 4e Conférence Francophone de MOdélisation et SIMulation "Organisation et Conduite d'Activités dans l'Industrie et les Services"*, Avril 2003, Toulouse (France)

(Chauvet et al., 2003) F Chauvet, J.W Herrmann, et J.M Proth. Optimization of cyclic production systems: a heuristic approach. *IEEE Transactions on robotics and automation*. Vol. 19, Issue.1, 2003.

(Cheurfa et al., 2004a) M. Cheurfa, P. Baptiste, JP. Campagne et F. Grimaud « Modélisation des Ressources Humaines en Production : Application à la Production Cyclique ». Soumis au Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA), 2004.

(Cheurfa et al., 2004b) M. Cheurfa, P. Baptiste, JP Campagne et F. Grimaud « Prise en compte des Ressources Humaines en Ordonnancement : Application à l'Ordonnancement Cyclique ». Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Tunisie, Novembre 2004.

(Cheurfa et al., 2004c) M. Cheurfa, P. Baptiste, JP Campagne et F. Grimaud « Affectation du Personnel en Ordonnancement Cyclique : Cas de Réaffectation en Fin de Tâche ». Cinquième Conférence Francophone de Modélisation et Simulation, École des Mines de Nantes, Septembre 2004.

- (Cheurfa et al., 2004d) M. Cheurfa, P. Baptiste « Modelling the Assignment of Operators to Machines», The International Symposium on Scheduling-, Japan, Mai 2004.
- (Cheurfa et al., 2003) M. Cheurfa, P. Baptiste, JP Campagne et F. Grimaud « Gestion des Ressources Humaines dans les Ordonnancements Cycliques», 5^e Congrès International de Génie Industriel, Québec, Canada, Novembre 2003.
- (Conway et al., 1967) R. Conway, W. Maxwell, L. Miller. Theory of Scheduling. Addison-Wesley. 1967.
- (Croci et al., 2000) F. Croci, M. Perona, A. Pozzetti, «Work-force management in automated assembly systems». *International Journal of Production Economics*, Vol 64, Issues 1-3, 1 March 2000, Pages 243-255.
- (Dauzère-Pérès, 1995) S. Dauzère-Pérès. Minimizing late jobs in the general one machine scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, vol 81, 134-142, 1995.
- (Dauzère-Pérès, et al 1995) S. Dauzère-Pérès , W. Roux, J.B. Lasserre. Multi-resource shop scheduling with resource flexibility. *European Journal of Operational Research*, vol 107 pp 289-305, 1998.
- (Davis et al., 1995) S.G Davis. An improved algorithm for solving the economic lot size problem. *International Journal of Production Research*. Vol. 33, pages 1007-1026, 1995.
- (Ding et al., 1993a) F.Y Ding, et L Cheng. A simple sequencing algorithm for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems. *Operations Research Letters*. Vol. 13, Issue.1, pages 27-36, 1993(a).
- (Ding et al., 1993b) F.Y Ding, et L Cheng. An effective mixed-model assembly lines sequencing heuristic for just-in-time production systems. *Journal of OperationsManagement*. Vol. 11, Issue.1, pages 45-50, 1993(b).
- (Dowland, 1998) K. A. Dowland . «Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation », *European Journal of Operational Research* 106 (1998) 393-407.

(Ernst et al., 2004) A.T. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, D. Sier. « Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models », *European Journal of Operational Research* 153 (2004) 3–27.

(El-Najdawi et al., 1993) M El-Najdawi, et P.R. Kleindorfer. Common cycle lot size scheduling for multi-product, multi-stage production. *Management Science*. Vol. 39, pages 872-885, 1993.

(El-Najdawi, 1994) M El-Najdawi. A job splitting heuristic for lot size scheduling in multi-stage, multi-product production processes. *European Journal of Operational Research*. Vol. 75, pages 365-377, 1994.

(El-Najdawi, 1997) M El-Najdawi. Multi-cyclic flow shop scheduling, An application in multi-stage, multi-product production processes, *International Journal of Production Research*. Vol. 35, pages 3323-3332, 1997.

(Eriksson et al., 1984) S Eriksson, et K Lund. Reasons why throughput times are shorter for cyclic product sequences than for other planning method. Elsevier Science, pages 123-131, 1984.

(Ernst et al., 2004) A.T. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, D. Sier. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, vol 153, pp 3-27, 2004.

(Faizul et al., 2004) H. Faizul, K. Cutright, C. Martin. « Employee scheduling and makespan minimization in a flow shop with multi-processor work stations: a case study », *Omega* 32 (2004) 121 – 129.

(Gallego, 1990) G Gallego. An extension to the class of easy economic lot scheduling problems. *IIE transactions*. Vol. 22, pages 189-190, 1990.

(Garey et al., 1979) M. R. Garey and D. S. Johnson (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H. Freeman.

(Gary et al., 1996) T.M. Gary. « A simulated annealing heuristic for shift scheduling using non continuously available employees », *Computers Ops Res.* Vol. 23, No. 3, pp. 275-288, 1996.

(Grabot et al., 2000) B.Grabot, A. Letouzey, «Short-term manpower management in manufacturing systems: new requirements and DSS prototyping». *Computers in Industry*, Vol 43, Issue 1, 1 August 2000, Pages 11-29.

(Graves et al., 1983) S.C Graves, H.C Meal, D Stefek, et A.H Zeghmi. Scheduling of re-entrant flow-shops. *Journal of Operations Management*. Vol. 3, Issue.4, pages 197–207, 1983.

(Guerinik et al., 1995) N. Guerinik, M. van Caneghem. Solving crew scheduling problems by constraint programming, in: *Lecture Notes in Computer Science, Proceedings of the 1st International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, pp. 481–498, 1995

(Gunes, 1999) E. D. Gunes, « Workforce Scheduling ». TR-O6533. Département of Industrial Engineering Bilkent University Ankara, Avril 1999

(Hacid, 2000) S Hacid. Contribution à la mise en œuvre et à la synchronisation de systèmes de production cyclique sur une chaîne logistique. *Thèse, Ecole des mines de Saint Etienne*, Décembre 2000.

(Hall, 1988) R.W Hall. Cyclic scheduling for improvement. *International Journal of Production Research*. Vol. 26, pages 457-472, 1988.

(Hanan, 1994) C Hanen. Study of NP-hard cyclic scheduling problem: the recurrent Job-Shop. *European Journal of Operational Research*. Vol. 72, Issue. 1, pages 82-101, 1994.

(Hanan et al., 1995) C Hanen, A Munier. A study of the cyclic scheduling problem on parallel processors. *Discrete Applied Mathematics*. Vol. 57, Issues.2-3, pages 167-192, 1995.

(Hanan, 1995) C Hanen. Problèmes d'ordonnancement cyclique. *habilitation à diriger des recherches, Université Paris VI, Institut Blaise Pascal*, 1995 .

(Harish et al., 1984) C Harish, C Bahl, et P Ritzman Larry. A cyclical scheduling heuristic for lot sizing with capacity constraints. *International Journal of Production Research*. Vol. 22, pages 791-800, 1984.

(Hennet, 1999a) J.C Hennet. A decomposed resolution technique for the cyclic economic lot-sizing and scheduling problem. *7th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA'99)*. Vol.18, Issue.21, pages 1117-1122, 1999 (a).

(Hennet, 1999b) J.C Hennet. A common cycle approach to lot scheduling in multistage manufacturing systems. *Rapport LAAS N°99242*, 1999(b).

(Hennet, 2000) J.C Hennet. Dimensionnement et ordonnancement cyclique de lots de fabrication. *Rapport LAAS N° 00355*. Septembre 2000.

(Hennet, 2001) J.C Hennet. Common cycle approach to lot scheduling in production planning and control. *Production Planning and Control*. Vol. 12, Issue.4, pages 362-371, 2001.

(Hillon et al., 1989) H.P Hillon, et J.M Proth. Performance evaluation of job shop systems using timed event graphs. *IEEE transaction on automatic control*. Vol. 34, Issue.1, pages 3-9, 1989.

(Hsu et al., 1990) H Hsu, et M El-Najdawi. Common cycle scheduling in a multistage production process. *Engineering Costs and Production Economics*. Vol. 20, pages 73-80, 1990.

(Jain et al., 1998) V Jain, et I.E Grossmann. Cyclic scheduling of continuous parallel process units with decaying performance. *American Institute of Chemical Engineering Journal*. Vol. 44, pages 1623- 1636, 1998.

(Jones, 2001) P. Jones, «Are educated workers really more productive? », *Journal of Development Economics*, Vol 64, Issue 1, February 2001, Pages 57-79.

(Kamoun et al., 1993) H Kamoun, et C Sriskandaraiah. The complexity of scheduling jobs in repetitive manufacturing systems. *European Journal of Operational Research*. Vol. 70, pages 350-364, 1993.

(Kane et al., 2001) H. Kane, P Baptiste, «Un modèle d'ajustement de la capacité à la charge basé sur les ressources humaines». *Actes de la troisième conférence francophone de Modélisation et Simulation "Conception, Analyse et Gestion des Systèmes Industriels" (MOSIM'01)*, Avril 2001, Troyes (France).

(Karmarkar et al., 1989) U.S Karmarkar, et L Shrager. The deterministic dynamic product cycling problem. *Operations Research*, Vol. 33, Issue.2, pages 326-332, 1989.

(Kim et al., 1995) D Kim, et V.A Mabert. Integrative versus separate cycle scheduling heuristics for capacitated discrete lot sizing and sequencing problems. *International Journal of Production Research*. Vol. 33, Issue. 7, pages 2007-2021, 1995.

(Kimms, 1999) A Kimms. A genetic algorithm for multi-level, multi-machine lot sizing and scheduling. *Computers & Operations Research*. Vol. 26, pages 829-848, 1999.

(Kondili et al., 1993) E Kondili, C Pantelides, et R Sargent. A general algorithm for short-term scheduling of batch operations. I. Milp formulation. *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 17, pages 211-227, 1993.

(Korbaa et al., 2000) O Korbaa, et J.C Genita. Ordonnancement cyclique en production flexible manufacturière. *Revue Internationale d'Ingénierie des Systèmes de Production Mécanique*. Vol. 4, pages 47-54, 2000.

(Kubiak et al., 1991) W Kubiak, et S Sethi. A note on Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems. *Management Science*. Vol. 37, Issue.1, pages 121-122, 1991.

(Kubiak, 1993) W Kubiak. Minimization of production rates in just-in-time systems: A survey. *European Journal of Operational Research*. Vol. 66, pages 159-271, 1993.

(Kubiak et al., 1994) W Kubiak, et S Sethi. Optimal just-in-time schedules for flexible transfer lines. *Journal of Flexible Manufacturing Systems*. Vol. 6, pages 137-154, 1994.

(Leorch et al., 1994) A.G Leorch, et J.A Muuckstadt. An approach to production planning and scheduling in cyclically scheduled manufacturing systems. *International Journal of Production Research*. Vol. 32, issue.4, pages 851-871, 1994.

(Loos et al., 2001) P Loos. Gozinto graphs for By-Products and Cyclic Production-An Approach for ERP System Application. *Proceedings of the Seventh Americas Conference on Information Systems*. Vol. 3(5), pages 1111-1117, 2001.

(Lopez et al., 2001)

(Maravelias et al., 2003) T Maravelias, et I Grossmann. New continuous-time state task network formulation for the scheduling of multipurpose batch plants. *Industrial and Engineering Chemical Research*. Vol. 42, pages 3056–3074, 2003.

(Matsuo, 1990) H Matsuo. Cyclic sequencing problems in the two-machine permutation flowshop. Complexity, worst case and average case analysis. *Naval Research Logistics*. Vol. 37, pages 679-694, 1990.

(McCormick et al., 1994) S.T McCormick, U.S Rao. Some complexity results in cyclic scheduling. *Math. Comput. Modelling*. Vol. 20, Issue.2, pages 107-122, 1994.

(Michael et al., 1995) J.B. Michael, T.R. Johns. « Improving the dispersion of surplus labor in personnel scheduling solutions », *Computers ind. Engng* Vol. 28, No. 4, pp. 745-754, 1995.

(Miltenburg, 1989) J Miltenburg. Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems. *Management Science*. Vol. 32, Issue. 2, pages 192-207, 1989.

(Miltenburg et al., 1989) J Miltenburg, G Sinnamon. Scheduling mixed-model multi-level just-in-time production systems. *International Journal of Production Research*. Vol.27, pages 1487-1509. 1989.

(Miltenburg et al., 1991) J Miltenburg, et T Goldstein. Developing production schedules with balance part usage and smooth production loads for just-in-time production systems. *Naval Research Logistics*. Vol. 38, pages 893-910, 1991.

(Mockus et al., 1997) L Mockus, et G Reklaitis. Mathematical programming formulation for scheduling of batch operations based on nonuniform time discretization. *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 21, pages 1147-1156, 1997.

(Munier, 1991) A Munier. Résolution d'un problème d'ordonnancement cyclique à itérations indépendantes et contraintes de ressources. *Rairo Recherche opérationnelle*. Vol 25, Issue.2, pages 161-182, 1991.

(Munier, 1996) A Munier. The complexity of a cyclic scheduling problem with identical machines and precedence constraints. *Journal of Operational Research Society*. Vol. 91, pages 471-480, 1996.

(Musliua et al., 2002) N. Musliua, Johannes Gartnerb, Wolfgang Slanya. « Efficient generation of rotating workforce schedules », *Discrete Applied Mathematics* 118 (2002) 85–98.

(Nori et al., 1996) V. S Nori, B. R Sarker. Cyclic scheduling for multi-product, single facility production system operating under a just-in-time delivery policy. *European Journal of Operational Research*. Vol 47, Issue.7, pages 930, 935, 1996.

(Orcun et al., 2001) S Orcun, I Altinel, et O Hortacsu. General continuous time models for production planning and scheduling of batch processing plants: Mixed integer linear program formulations and computational issues. *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 25, pages 371–389, 2001.

(Ouenniche et al., 1999) J Ouenniche, et F.F Boctor. The two-group heuristic to solve the multi-product, economic lot sizing and scheduling problem in flow shops. *European Journal of Operational Research*. Vol. 129, Issue.3, pages 539-554, 1999.

(Ouenniche et al., 2000) J Ouenniche, et F.F Boctor. The multi-product, economic lot sizing problem in flow shops, the powers- of- two heuristic. *Computers and Operation Research*. Vol. 28, pages 1165-1182, 2000.

(Ouenniche et al., 2001a) J Ouenniche, et F.F Boctor. The G-group heuristic to solve the multi-product, sequencing, lot sizing and scheduling problem in flow shops. *International Journal of Production Research*. Vol. 39, pages 81-98, 2001(a).

(Ouenniche et al., 2001b) J Ouenniche, et J.W.M. Bertrand. The finite horizon economic lot sizing problem in job shops: : the multiple cycle approach. *International Journal of Production Economics*. Vol. 74, Issues 1-3, pages 49-61, December 2001(b).

(Pantelides et al., 1994) C. Pantelides, Unified frameworks for optimal process planning and scheduling. *Proceedings of the Second Conference on FOCAPO*. pages 253–274, 1994.

(Pichot et al., 2001) L. Pichot, P. Baptiste. « Ordonnancement des ressources humaines : étude du cas d'une entreprise d'injection plastique ». *Actes de la troisième conférence francophone de Modélisation et Simulation "Conception, Analyse et Gestion des Systèmes Industriels" (MOSIM'01)*, Avril 2001, Troyes (France).

(Pinedo, 2001) M. Pinedo, *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*, (2nd Edition), Prentice Hall, 2001.

(Pinto et al., 1994) J Pinto, G Grossmann. Optimal cyclic scheduling of multistage continuous multi-product plants. *Computer chemical Engineering*. Vol.18(9), pages 797-816, 1994.

(Pinto et al., 1995) J Pinto, I Grossmann. A continuous-time mixed-integer linear-programming model for short-term scheduling of multistage batch plants. *Industrial and Engineering Chemical Research*. Vol. 34, pages 3037–3051, 1995.

(Rangarajan et al., 1996) N. Rangarajan Narasimhan. « An algorithm for single shift scheduling of hierarchical workforce », *European Journal of Operational Research* 96 (1996) 113-121.

(Rosen et al., 1999) K. H. Rosen, J. G. Michaels, J. L. Gross, J. W. Grossman, D. R. Shier, K. Rosen *Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics*, CRC Press. , 1999.

(Sanmartý et al., 1997) E Sanmartý, A Espun, et L Puigjaner. Batch production and preventive scheduling under equipment failure uncertainty. *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 21, pages 1157-1168, 1997.

(Sarker et al., 1991) D Sarker, et W.I Zangwill. Variances effects in cyclic production systems. *Management Science*. Vol. 37(4), pages 444-453, 1991.

(Schilling et al., 1999) G Schilling, et C Pantelides. Optimal periodic scheduling of multipurpose plants. *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 23, pages 635–655, 1999.

(Seyda et al., 2002) T. Seyda , I. Ozkarahanb. « Implicit optimal tour scheduling with flexible break assignments », *Computers & Industrial Engineering* 44 (2002) 75–89.

(Shah et al., 1993) N Shah, C Pantelides, et R Sargent. Optimal periodic scheduling of multipurpose batch plants. *Annual Operation Research. Vol. 42*, pages 193-228, 1993.

(Silver., 1995) E.A Silver. Dealing with a shelf life constraint in cyclic scheduling by adjusting both cycle time and production rate. *Internationnal Journal of Production Research. Vol. 33*, pages 623-629, 1995.

(Thomas, 2004) L. Thomas. « The effect of workers with different capabilities on customer delay », *Computers & Operations Research* 31 (2004) 359–381.

(Tien et al., 1982) J. Tien, A. Kamiyama, « On manpower scheduling algorithms». *SIAM Review* , vol 24, pp 275- 287, 1982.

(Tunasar et al., 2001) C Tunasar, et J Rajgopal. An Evolutionary Computation Approach to the Economic Lot Scheduling Problem. *University of Pittsburgh, Department of Industrial Engineering, Pittsburgh*. 2001.

(Yura, 1999) K Yura. Cyclic scheduling for re-entrant manufacturing systems. *International Journal of Production Economics. Vol. 60*, pages 523-528, 1999.

(Wu et al., 2003) D. Wu, M. Ierapetritou, M. Decomposition approaches for the efficient solution of short-term scheduling problem. *Computers and Chemical Engineering*, 27, 1261–1276, 2003.

Résumé

Nos travaux de recherche portent sur le problème de prise en compte des contraintes liées aux ressources humaines, en terme d'affectation des opérateurs aux machines, dans les problèmes d'ordonnancement d'atelier. Ce problème intégrant l'affectation des opérateurs aux machines consiste à déterminer l'état d'atelier au cours du temps, et à considérer le problème d'ordonnancement d'atelier dans sa globalité en prenant en compte l'influence de l'affectation des ressources humaines sur les activités de production. Ceci impose en plus de la gestion de la séquence des travaux, la gestion des affectations des hommes aux postes de travail.

Nous avons considéré le cas où les productivités des machines dépendant de l'affectation des opérateurs. Nous avons supposé que le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines, un opérateur peut superviser simultanément plusieurs machines et que la supervision simultanée de plusieurs machines par un opérateur diminue les productivités de ces dernières. L'originalité de nos travaux de recherche est liée au fait que les durées opératoires des travaux sont variables dans le temps et sont fonctions de l'évolution des affectations des opérateurs aux machines dans le temps.

Deux grandes parties composent nos travaux de recherche. La première partie porte sur le problème de modélisation de l'affectation des opérateurs aux machines. Elle consiste en la proposition d'un cadre théorique pour l'intégration des contraintes liées à la prise en compte des ressources humaines, en terme d'affectation des opérateurs aux machines, dans la modélisation des problèmes d'ordonnancement d'atelier. Une définition d'un problème d'ordonnancement d'atelier impliquant l'aspect « ressources humaines » est alors proposée.

La seconde partie a porté sur une application de la modélisation proposée dans la première partie pour le cas d'une production cyclique. Plus précisément, nous avons étudié le problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisant un ordonnancement cyclique pour un atelier de type Flow Shop. Nous avons supposé qu'un ordonnancement cyclique, défini par une durée de cycle et un ensemble de travaux à réaliser durant cette durée, est donné pour des productivités nominales des machines et sans aucune prise en compte des ressources humaines. Par conséquent, et dans le cas où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines et que l'affectation des opérateurs conditionnent les productivités des machines, l'introduction et la considération des ressources humaines pour la réalisation de l'ordonnancement cyclique pourrait allonger la durée d'exécution des travaux et remettre en cause la durée de cycle. Nous avons étudié ce problème d'existence d'une affectation des opérateurs réalisable pour Flow Shop Cyclique pour trois modes de réaffectations des opérateurs : calendaire, sur évènement de fin de tâche et libre.

Nous avons présenté une formulation mathématique du problème pour ces trois modes de réaffectation des opérateurs, démontré que ce problème est NP-complet pour les deux modes calendaire et sur évènement, et qu'une restriction du problème de mode de réaffectation libre est NP-complet. Nous avons également proposé, pour ces trois modes, un modèle mathématique linéaire en nombre entier. Une approche de résolution basée sur le principe de la programmation dynamique a été proposée pour les deux modes réaffectation calendaire et sur évènement.

Mots Clés : Gestion de la Production, Ordonnancement, Ressources Humaines, Production Cyclique, Flow Shop, NP-Complet, Programmation Dynamique, Programmation Mathématique, Productivité.